BEITRÄGE ZUR PSYCHOLOGIE UND METHODIK DES KOPFRECHNENS.

INAUGURAL-DISSERTATION

VERFASST UND DER HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT
DER
KGL. BAYER. JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

ZUR ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

VORGELEGT AM 10. FEBRUAR 1915

ACAD.
LUGD. BAT.
BIBL.

VON

WILHELM LÜDERS
AUS BRANDENBURG A. H.

DRUCK VON C. SCHULZE & CO., G. M. B. H.,
GRÄFENHAINICHEN 1915.

REFERENT: Prof. Dr. Karl Marbe.

Schon die vorwissenschaftliche oder, wie Kant sagt, laxe Erfahrung unserer Rechenlehrer und Schulrevisoren lehrt, daß die Erfolge im Rechenunterricht unserer Schulen, höheren wie niederen, keineswegs erfreuliche sind, durchschnittlich hinter den Ergebnissen in anderen Lehrfächern zurückbleiben und in keinem Verhältnis zu der darauf verwendeten Mühe stehen, obwohl die Unterrichtsverwaltung gerade diesem Gegenstand ihre größte Aufmerksamkeit zugewandt hat und sich unablässig bemüht zeigt, durch Verbesserungen der Methodik die Resultate dieses Unterrichtszweiges zu heben (Ministerialerlaß vom 31. Januar 1908).

Diese oberflächliche Erfahrung findet ihre zahlenmäßige Stütze in der Statistik, die aus der Benotung unserer Schüler und Schülerinnen gewonnen werden kann. Wenn dieselbe zwar auch keinen Anspruch auf absolute Zuverlässigkeit erheben und wissenschaftlich nur mit Vorsicht[1]) bewertet werden darf, so ist sie doch geeignet, wertvolle Fingerzeige und die Basis zu weiteren Untersuchungen zu geben. Den mir zugänglichen Zensurenbüchern einer im Sinne des Ministerialerlasses vom 1. Februar 1912 (Zentralblatt für das gesamte Unterrichtswesen, Februar 1912, S. 213) höheren Mädchenschule mit den Klassen II—VII, viertes bis neuntes Schuljahr, habe ich die in den folgenden Tabellen enthaltenen, während der ersten acht Jahre ihres Bestehens erteilten Prädikate entnommen. Zum Verständnis derselben sei bemerkt:

---

[1]) Klinkenberg, Zeitschrift für angewandte Psychologie, Bd. 8, 1914, S. 229.

Es enthält Kolonne

1 die Zahl der in den Hauptfächern Deutsch, Französisch, Englisch, Rechnen überhaupt in dieser Zeit erteilten Prädikate,

2 die Zahl der im Rechnen erteilten Prädikate,

3 die Anzahl der insgesamt unter genügend gebliebenen Prädikate,

4 die Anzahl der nicht genügenden Prädikate für Rechnen,

5 die Anzahl der unter genügend gebliebenen Prädikate in den anderen, hier als Hauptfächer bewerteten Unterrichtsfächern; zur Kontrolle für 3 und 4.

Tabelle I.

Klasse II und III. 1906—1914.

	1	2	3	4	5
06/07	128	32	32	12	20
07/08	188	47	55	14	41
08/09	228	57	70	16	54
09/10	128	32	36	11	25
10/11	144	36	47	13	34
11/12	208	52	77	22	55
12/13	128	32	62	16	46
13/14	144	36	54	13	41
Sa.:	1296	324	433	117	316

Aus dieser Statistik ergibt sich folgendes Resultat:

Die für Rechnen erteilten Prädikate sind mit 25 % an der Gesamtbenotung beteiligt. Nicht genügende Prädikate erscheinen insgesamt 33,41 %; unter den nicht genügenden Prädikaten entfallen auf die übrigen drei Hauptfächer 72,98 %, auf Rechnen allein 27,02 %, von den erteilten Rechenprädikaten sind 36,11% unter genügend.

Die sich für die übrigen Klassen ergebenden ähnlichen Resultate zuungunsten des Rechenunterrichts sind in den folgenden Tabellen II bis V enthalten.

Tabelle II.

Klasse IV. 1906—1914.

	1	2	3	4	5
06/07	240	60	84	25	59
07/08	136	34	29	8	21
08/09	88	22	38	10	28
09/10	128	32	39	8	31
10/11	200	50	76	23	53
11/12	224	56	78	20	58
12/13	280	70	139	36	103
13/14	216	54	78	21	57
Sa.:	1512	378	561	151	410

Ergebnis:

Anzahl der Rechenprädikate 25 % der gesamten Benotung. Nicht genügende Prädikate 37,10 % aller Prädikate. Von den für Rechnen überhaupt gegebenen Noten sind unter genügend: 39,95 %. Die Prädikate unter genügend verteilen sich nach folgendem Verhältnis:

Deutsch, Französisch, Englisch: 73,08 %.
Rechnen allein: 26,92 %.

Tabelle III.

Klasse V. 1906—1914.

Zu der folgenden Tabelle ist zu bemerken, daß infolge einer Organisationsänderung der Schule vom Jahrgang 1908/09 ab das Englische für diese Klasse in Fortfall gekommen ist, so daß außer Rechnen nur noch zwei Hauptfächer, Deutsch und Französisch, für die Benotung in Frage kommen.

	1	2	3	4	5
06/07	224	56	74	19	55
07/08	132	33	40	11	29
08/09	120	40	30	13	17
09/10	189	63	54	23	31
Sa.:	665	192	198	66	132

	1	2	3	4	5
Übertrag:	665	192	198	66	132
10/11	219	73	84	35	49
11/12	225	75	78	24	54
12/13	210	70	89	36	53
13/14	141	47	38	17	21
Sa.:	1460	457	487	178	309

Ergebnis:

Anzahl der Rechenprädikate 31,30 % der Gesamtbenotung. Nicht genügende Prädikate 33,36 % der Gesamtbenotung. Von den für Rechnen abgegebenen Prädikaten sind unter genügend 38,97 %. Die Prädikate unter genügend verteilen sich nach folgender Maßgabe:

Deutsch, Französisch (Englisch): 63,43 %.
Rechnen allein: 36,57 %.

Tabelle IV.

Klasse VI. 1906—1914.

	1	2	3	4	5
06/07	282	94	70	25	45
07/08	297	99	91	34	57
08/09	183	61	43	18	25
09/10	276	92	76	28	48
10/11	294	98	109	34	75
11/12	231	77	83	28	55
12/13	180	60	63	34	29
13/14	222	74	84	35	49
Sa.:	1965	655	619	236	383

Ergebnis:

Rechenprädikate 33,33 % der gesamten Benotung. Prädikate unter genügend insgesamt: 31,50 %. Von den abgegebenen Rechenprädikaten sind unter genügend: 36,03 %. Die Prädikate unter genügend verteilen sich nach folgendem Prozentverhältnis:

Deutsch, Französisch: 61,87 %.
Rechnen allein: 38,13 %.

Tabelle V.

Klasse VII. 1906—1914.

	1	2	3	4	5
06/07	330	110	115	43	72
07/08	264	88	90	41	49
08/09	324	108	115	38	77
09/10	261	87	64	24	40
10/11	207	69	48	22	26
11/12	360	120	71	29	42
12/13	405	135	133	39	94
13/14	243	81	67	24	43
Sa.:	2394	798	703	260	443

Ergebnis:

Anzahl der Rechenprädikate 33,33 % der gesamten Benotung. Prädikate unter genügend insgesamt: 29,37 %. Von den für Rechnen abgegebenen Prädikaten sind unter genügend: 33,83 %. Die nicht genügenden Prädikate verteilen sich nach folgendem Prozentverhältnis:

Deutsch, Französisch: 63,02 %.
Rechnen allein: 36,98 %.

Die Zusammenstellung obiger Teilresultate ergibt das in Tabelle VI aufgeführte Gesamtergebnis:

Tabelle VI.

Klasse	1	2	3	4	5
II/III	1296	324	433	117	316
IV	1512	378	561	151	410
V	1460	457	487	178	309
VI	1965	655	619	236	383
VII	2394	798	703	260	443
Sa.:	8627	2612	2803	942	1861

d. h. von den insgesamt 8627 abgegebenen Zeugnissen waren 2803 unter genügend = 32,49 %, von den für Rechnen abgegebenen 2612 Zeugnissen waren unter genügend 942 = 36,06 %, von den insgesamt 2803 abgegebenen Zeugnissen unter genügend

entfielen auf die übrigen drei resp. zwei Fächer 1861 = 66,39 %, auf Rechnen allein 942 = 33,61 %.

Die Ergebnisse dieser sich aus der Benotung der hiesigen Schülerinnen ergebenden, zwar oberflächlichen und nur unsicheren[1]) Statistik unterstützen die Erfahrung der ungünstigen Ergebnisse im Rechenunterricht.

Daß die im oben zitierten Ministerialerlaß vom 31. Januar 1908 verfügten methodischen Verbesserungen ohne den erwarteten Einfluß auf den Erfolg des Rechenunterrichts geblieben sind, ergibt sich, wenn man mit dem Jahrgange 1909/10 durch unsere Statistik einen Querschnitt zieht. Es ergeben sich dadurch folgende Zahlenwerte:

	1	2	3	4	5
vorher	3164	941	976	327	649
nachher	5463	1671	1827	615	1212

d. h. von den vorher erteilten 941 Prädikaten im Rechnen waren 327 unter genügend, also 34,75 %; nach jenem, auf eine Hebung des Erfolges abzielenden Ministerialerlaß waren von den 1671 abgegebenen Rechenprädikaten 615 unter genügend, also 36,21 %.

Hieraus ergibt sich, daß der Erfolg seit jenem Erlaß nicht nur nicht gebessert, sondern im Gegenteil sogar um 1,46 % gesunken ist. Diese auffallende Tatsache wird uns noch später zu beschäftigen haben und weiter unten ihre Begründung finden.

Vorliebe für einen Unterrichtsgegenstand, Interesse, Aufmerksamkeit, Leistungsfähigkeit und Erfolge stehen in ursächlichem Zusammenhang zueinander, so daß Unterrichtserfolge außer durch die Schwierigkeit des Faches und die Höhe der Anforderungen im Verhältnis zum Lebensalter mit bestimmt werden durch die Vorliebe, welche bei Schülern für das betreffende Fach vorhanden ist, und andererseits vorhandene oder fehlende Vorliebe einen Rückschluß auf erzielte oder ausgebliebene Erfolge zuläßt. Zur Gewinnung statistischen Materials erschien mir eine Enquete in dieser Richtung unter dem mir zugänglichen Schülerinnenmaterial geboten[2]). Wie nach den

[1]) Klinkenberg, a. a. O., S. 230.

[2]) Stern, Zeitschrift für pädagogische Psychologie, 1905, S. 267.

früheren Untersuchungen zu erwarten war[1]), bevorzugten die Schülerinnen bei weitem die gemütbildenden Stoffe, vornehmlich Deutsch (nach dem hier zugrunde liegenden Lehrplan für Mittelschulen vom 3. Februar 1910 tritt die Behandlung der Grammatik derart in den Hintergrund, daß der deutsche Unterricht ohne Bedenken als zu den rein ethischen Unterrichtsstoffen gerechnet werden darf. Siehe Bestimmungen über die Neuordnung des Mittelschulwesens, S. 28), in zweiter Linie die neueren fremden Sprachen, wogegen eine besondere Vorliebe für das Rechnen nicht zu erkennen war. Im einzelnen ergab die Umfrage folgendes Resultat:

Befragt wurden:

in	Klasse	II	3	Schülerinnen
„	„	III	11	„
„	„	IV	18	„
„	„	V	15	„
„	„	VI	26	„
„	„	VII	27	„
		Sa.:	100	Schülerinnen

Die auch in den später mitgeteilten Tabellen auftretende niedrige Zahl der in Klasse II untersuchten Schülerinnen erklärt sich aus der geringen Frequenz dieser Klasse.

Auf die erste Frage:

„Für welches der vier Hauptfächer (resp. drei) Deutsch, Französisch, Englisch, Rechnen (resp. ohne Englisch von V abwärts) ist, wenn euch die freie Wahl gelassen wird, die größte Beliebtheit vorhanden?“ optierten für Rechnen:

in	Klasse	II	nur	1 =	33,33 %
„	„	III	„	2 =	18,18 %
„	„	IV	„	2 =	11,11 %
„	„	V	„	3 =	20 %
„	„	VI	„	3 =	11,52 %
„	„	VII	„	2 =	7,41 %
Sa.:	von	100	nur	13 =	13 %

[1]) Cohn, Arbeiten des Bundes für Schulreform, 8, 1914, S. 46.

[1]) Lipmann, ebenda S. 162.

Die zweite Frage „Welchem der Unterrichtsgegenstände gebt ihr, wenn wir jetzt vom Deutschen absehen wollen, den Vorzug, resp. wie würdet ihr euch zwischen den fremden Sprachen und Rechnen entscheiden?“ ergab das folgende Resultat. Es optierten jetzt für Rechnen:

in	Klasse	II	nur	2	= 66,67 %
„	„	III	„	5	= 45,45 %
„	„	IV	„	3	= 16,67 %
„	„	V	„	5	= 33,33 %
„	„	VI	„	5	= 19,67 %
„	„	VII	„	6	= 22,22 %
Sa.:	von	100	nur	26	= 26 %

Diese geringen Optantenzahlen für Rechnen gewinnen noch durch die Tatsache besondere Bedeutung, daß die Umfrage durch den Rechenlehrer selber veranstaltet wurde, also immerhin anzunehmen ist, daß manche Schülerin vielleicht aus Furcht, in den Verdacht der Interesselosigkeit für sein Unterrichtsfach zu kommen, sich gegen ihre innere Überzeugung für Rechnen entschieden hat. Die gewonnenen Resultate sind also sicher eher zu hoch als zu niedrig zu bemessen.

Es ergibt sich somit auch aus der Enquete ein für das Rechnen ungünstiges Resultat, welches umgekehrt auch zur Erklärung des ungünstigen Erfolges des Rechenunterrichts, wenigstens teilweise mit herangezogen werden kann.

Liefern Erfahrung, oberflächliche Statistik und Umfrage nur unsichere Resultate, so läßt sich andererseits aus dem exakten Versuch ein einwandfreies Ergebnis bei der Beurteilung der Frage erzielen, ob die Leistungsfähigkeit im Rechenunterricht unserer Schule durchschnittlich als genügend oder darunter zu bezeichnen ist.

Zur Durchführung dieses Experimentes wurden 100 Schülerinnen untersucht. Um die Jahresschwankungen[1]) der Aufmerksamkeit, der psychischen Kapazität, der psychophysischen

[1]) Schuyten, Arbeiten aus dem städtischen pädagogischen Laboratorium in Antwerpen.

[1]) Lay, Experimentelle Didaktik, 1910, S. 168.

Energie, der Muskelkraft, der Längen- und Gewichtszunahme nach Möglichkeit auszugleichen, wurden die Versuche über die Wellenberge und -täler dieser Reaktionen gleichmäßig verteilt; um deren tägliche Schwankungen auszuschalten, wurde das Wellental der Stunden 11—2 vermieden. Es wurden, ohne daß die Schülerinnen in den Zweck der Veranstaltung eingeweiht wurden, innerhalb 50 Rechenstunden 432 Aufgaben in verschiedener Darbietung, mündlich und schriftlich, aus dem jeweiligen Pensum[1]) der betreffenden Klassen gegeben, soweit dasselbe bereits planmäßig durchgearbeitet war, also eigentliche Rechenschwierigkeiten nicht mehr bieten konnte. Schriftliche Aufgaben wurden wie üblich zur Korrektur abgegeben, die Ergebnisse des Kopfrechnens auf bereitliegenden Zetteln notiert und ebenfalls eingesammelt. Die Resultate erscheinen in der folgenden Tabelle, da es sich hier zunächst um eine den gesamten Rechenunterricht betreffende Frage handelt, nicht nach „mündlich“ und „schriftlich“ getrennt, sondern zusammengezogen. Kolonne 1 enthält die Anzahl der Schülerinnen jeder dabei bezeichneten Klasse, Kolonne 2 die Anzahl der verlangten Lösungen, Kolonne 3 die Anzahl der richtigen Resultate, Kolonne 4 die prozentuale Umrechnung.

Tabelle VII.
432 Aufgaben.

	1	2	3	4
II	3	1 296	948	73,16 %
III	11	4 752	3 081	64,83 %
IV	18	7 776	4 682	60,20 %
V	15	6 480	5 722	88,30 %
VI	26	11 232	8 212	73,11 %
VII	27	11 664	7 581	65 %
Sa:	100	43 200	30 226	69,97 %

Das Ergebnis mit 69,97 % Treffern erscheint zunächst nicht einmal so ungünstig, wie zu befürchten war, wird aber, wenn

[1]) W. Voigt, Archiv für Pädagogik, II. Teil, Jahrgang 1, 1913 S. 170.

man die Erfolge für schriftlich und mündlich trennt, wesentlich ungünstiger. Wir werden darauf später zurückkommen.

Jedenfalls ergibt sich auf dem vierfachen Wege pädagogischer Forschung das übereinstimmende Resultat: Erfahrung, Statistik, Enquete und Versuch lehren, daß die Erfolge im Rechenunterricht nicht dem beabsichtigten Zwecke entsprechen, trotz aller darauf verwandten Mühe, trotz aller bisherigen Versuche der methodischen Verbesserungen.

Treten wir nun der Frage näher, welchem der beiden Teilgebiete im Rechnen, dem schriftlichen oder dem Denkrechnen, an diesem ungünstigen Resultate die Schuld beizumessen ist, so werden wir wiederum diesen vierfachen Weg bei unserer Untersuchung zu beschreiten haben.

Daß die Ergebnisse im schriftlichen Rechnen auf allen Klassenstufen weit bessere sind als im Kopfrechnen, mit selbstverständlicher Ausnahme des untersten Jahrganges, ist eine alte Erfahrung.

In Übereinstimmung damit befindet sich die oberflächliche Statistik, wie sie sich aus der Benotung ergibt. Unter den mir vorliegenden 942 unter genügend abgegebenen Rechenprädikaten findet sich nur ein einziges, d. h. also 0,11 % der Gesamtsumme mit dem Vermerk: mündlich genügend, schriftlich ungenügend. Von den übrigen 941 enthalten, soweit überhaupt eine Unterscheidung zwischen mündlichem und schriftlichem Rechnen vorgenommen ist, 872 die Bemerkung: schriftlich genügend, mündlich unter genügend (mangelhaft resp. ungenügend), also 92,58 %. Bei der großen Bewertung, welche namentlich seit dem oben zitierten Ministerialerlaß vom 31. Januar 1908 das Denkrechnen findet, muß aber auch die Schuld für die übrigen 69 unter genügend abgegebenen Prädikate ohne weiteres dem Kopfrechnen zugeschrieben werden, wie überhaupt angesichts dieser Tatsache alle oben für Rechnen im allgemeinen gefundenen Zahlenwerte auf das Konto des Denkrechnens zu setzen sind.

Bei der angestellten Enquete über die Vorliebe für schriftliches oder mündliches Rechnen optierten für letzteres

aus Klasse II von 3 nur 1 = 33,33 %
„ „ III „ 11 „ 2 = 18,18 %

aus	Klasse	IV	von	18	nur	2 = 11,11 %
„	„	V	„	15	„	5 = 33,33 %
„	„	VI	„	26	„	1 = 3,85 %
„	„	VII	„	27	„	0 = 0 %
		Sa.:	von	100	nur	11 = 11 %

Bei den später angestellten Versuchen zeigte sich, daß die Schülerinnen, wenigstens im Anfange, bestrebt waren, die als Kopfrechnen gestellten Aufgaben mit allen nur erdenklichen Mitteln, sei es auf einem gerade zur Hand befindlichen Löschblatt, auf dem Etikett eines Heftes oder auf der angehauchten Tischplatte schriftlich auszurechnen, ein Zeichen dafür, wieweit unsere Schülerinnen noch davon entfernt sind, das schriftliche Rechnen nur als eine gelegentliche Ergänzung des mündlichen Rechnens anzusehen, wie es die Methodik dieses Unterrichts fordert, und vielmehr das schriftliche bevorzugen; ein weiterer Beweis für die Unbeliebtheit des reinen Denkrechnens.

Die so gewonnenen Ergebnisse finden ihre Bestätigung durch den Versuch. Trennen wir nun die Tabelle VII nach ihren Resultaten für schriftliches und mündliches Rechnen, so ergeben sich ganz andere Werte, die das dort gefundene scheinbar noch günstige Resultat doch in wesentlich trüberem Lichte erscheinen lassen. Von den insgesamt 432 gestellten Aufgaben waren $^2/_3 = 288$ mündlich zu rechnen. Es ergaben sich die in Tabelle VIII enthaltenen Zahlenwerte.

Tabelle VIII.

288 Aufgaben.

	1	2	3	4
II	3	864	383	44,27 %
III	11	3 168	1 545	48,78 %
IV	18	5 184	2 303	44,43 %
V	15	4 320	2 431	56,28 %
VI	26	7 488	2 941	39,28 %
VII	27	7 776	1 218	15,67 %
	100	28 800	10 821	37,22 %

Unter den zu erwartenden Lösungen waren somit von 28 800 nur 10 821 Treffer, also 37,22 %. Das scheinbar

günstige Resultat aus Tabelle VII ist also durch Ausschaltung des schriftlichen und Beschränkung auf das mündliche Rechnen bedeutend herabgesunken. Das Ergebnis bestätigt das oben gewonnene Resultat über den geringen Erfolg im Rechenunterricht überhaupt und läßt gleichzeitig in Übereinstimmung mit Erfahrung, Statistik und Enquete erkennen, daß dieser geringe Erfolg lediglich dem Denkrechnen zur Last zu legen ist. Gleichzeitig ergibt das Ergebnis der Tabelle VIII die Begründung zu der auf Seite 8 festgestellten Tatsache, daß trotz jener oben erwähnten, auf Verbesserung der Methodik des Rechnens abzielenden Maßnahme der Unterrichtsverwaltung die Erfolge im Rechenunterricht sogar noch gesunken sind, weil eben mit und seit jener Verfügung noch mehr als schon vorher das Hauptgewicht auf das Denkrechnen gelegt wird und die Leistungen hierin der Benotung zugrunde liegen.

Wir sind nun also auf dem vierfachen Wege pädagogischer Forschung zu dem betrübenden Resultate gelangt: Die Erfolge im Kopfrechnen entsprechen nicht den Erwartungen, die angesichts der darauf verwendeten Mühe auf den Unterricht in diesem Wissenszweige gesetzt werden müssen, und haben sich trotz vorgenommener methodischer Verbesserung auch nicht gehoben.

Welches sind nun die Ursachen dieser bedauerlichen Erscheinung?

Sind dieselben bis dahin wirklich und richtig erkannt?

Sind die vorgeschlagenen, von der Behörde angeordneten und gewissenhaft durchgeführten methodischen Maßnahmen wirkliche Verbesserungen?

Was kann und muß geschehen, um den Erfolg des Unterrichts im Kopfrechnen wirklich zu heben?

Daß die von der Behörde durchgeführten Maßnahmen zum mindesten ohne den beabsichtigten Erfolg geblieben sind, ist aus der Erfahrung bekannt und aus dem mitgeteilten Zahlenmaterial ohne weiteres ersichtlich. Inwieweit sie es bleiben mußten, ja zum Teil, wie wir festgestellt haben, die entgegengesetzte Wirkung hervorriefen, wird bei der Besprechung der einzelnen Maßnahmen erörtert werden, die man zur Bekämpfung

und Beseitigung der Mißstände getroffen hat, in denen man die Ursachen jener bedauerlichen Erscheinung gefunden zu haben glaubte.

Gewisse Ursachen, aus denen man unter anderen Verhältnissen die mangelnden Erfolge im Rechenunterricht begründen könnte und tatsächlich auch begründet hat, treffen, um das vorweg zu nehmen, auf die hiesige Anstalt und andere ähnlichen Charakters überhaupt nicht zu. Dahin ist die bedauerliche Lage zu rechnen, in der sich einklassige Landschulen befinden, in denen der Lehrer zu viele einzelne Abteilungen zu unterrichten hat, so daß auf die einzelne Abteilung quantitativ zu wenig Mühe verwandt werden kann, ein befriedigendes Resultat von vornherein also nicht zu erwarten ist.

Einer falschen und ungleichmäßigen Verteilung des gesamten Stoffes auf die einzelnen Klassen und Jahrgänge[1]) ist durch die Einführung der Lehrbücher von Otto (Otto, Rechenbuch für zehnklassige höhere Mädchenschulen. Ferdinand Hirt & Sohn, Leipzig 1912), die wir hier unserem Unterricht zugrunde legen, und welche sich strenge an bewährte methodische Grundsätze anschließen, durchaus vorgebeugt worden.

Der methodischen Forderung, bei den Elementen zu verweilen, wird andererseits dadurch durchaus entsprochen, daß der Unterricht während des ganzen ersten Schuljahres nicht über den Zahlenraum von 1—10 hinausgeht und keine Schülerin aus dieser Klasse entlassen werden darf, welche nicht durchaus sicher in den Rechenoperationen innerhalb dieses beschränkten Zahlenkreises geworden ist.

Auch mangelnde Übung kann nicht die Ursache der festgestellten geringen Erfolge sein. Zu ausreichender Wiederholung, zu dauernder Übung des Gelernten ist Gelegenheit geboten. Es wird dauernd, täglich und stündlich geübt. Ich möchte behaupten, es wird auf Kosten des fortschreitenden Unterrichts zuviel geübt. Auf Anordnung unserer Aufsichtsbehörde ist ein für allemal die feststehende Einrichtung getroffen worden, daß, obwohl jede Rechenstunde nach Abzug

---

[1]) W. Voigt, Archiv für Pädagogik, II. Teil, Jahrgang 1, 1913, S. 170.

der Pausen von ca. zehn Minuten, ev. der körperlichen Übungen (Atemübungen) von zehn Minuten und der für eine in jeder Stunde vorzunehmende schriftliche Ausarbeitung von fünf bis zehn Minuten (Ministerialerlaß vom 31. Januar 1908) festgesetzten Zeit nur durchschnittlich dreißig Minuten zur Verfügung stellt, die ersten zehn Minuten zu einer allgemeinen Wiederholung, zu einer Übung aus allen in früheren Klassen durchgenommenen Pensen verwandt wird. Hieran schließt sich während der folgenden zehn Minuten noch eine Übung aus dem Pensum der betreffenden Klasse.

Ob durch diese Übungen der fortschreitende Unterricht nicht zu sehr beschnitten und nicht vielleicht dadurch gerade das Gegenteil bewirkt wird, ob diese Übungen in der Form, wie sie hier vorgenommen werden müssen, überhaupt praktisch und zweckmäßig sind, davon wird noch zu reden sein, jedenfalls geht aber daraus hervor, daß die Ursache eines mangelnden Erfolges nicht in einer fehlenden Übung zu suchen ist, während andererseits feststeht, daß auch diese täglichen Übungen nicht vermocht haben, den geringen Erfolg des Rechenunterrichts zu heben. Auf den inneren Grund der Erfolglosigkeit dieser behördlichen Maßnahme werden wir noch zurückkommen müssen, hier sei nur festgestellt, das dieselbe nicht ohne weiteres als eine methodische Verbesserung anzusehen ist, wie auch aus den in Tabelle IX mitgeteilten Zahlenwerten hervorgeht.

Es wurden in zehn weit auseinander liegenden Stunden die Resultate solcher allgemeiner Übungsaufgaben gesammelt. Es ergab sich für die einzelnen Klassen folgender Prozentsatz richtiger Lösungen:

Tabelle IX.

Stunde	II	III	IV	V	VI	VII
1.	46,67	40	25,46	72,48	29,41	18,46
11.	53,33	26,67	39,12	39,17	48,62	20,23
21.	40	37,52	45,97	56,46	35,14	12,49
31.	26,67	39,45	35,84	37,48	38,17	21,46
41.	46,67	45,14	50,26	63,46	28,46	17,43
51.	35,67	49,27	45,43	58,17	43,24	14,85

Stunde	II	III	IV	V	VI	VII
61.	60	50,43	27,14	64,21	42,41	12,28
71.	26,67	49,17	59,23	58,32	37,96	14,63
81.	53,33	38,45	44,75	54,17	38,14	19,78
91.	46,67	53,12	52,43	49,83	40,12	16,43

Aus den gewonnenen Zahlenwerten ist weder ein gesetzmäßiger Verlauf der erzielten Treffersumme noch eine Steigerung des Erfolges mit der Zeit zu erkennen.

Im Zusammenhang mit dieser zu stark bewerteten Übung steht des weiteren die Überspannung des Prinzips der Selbsttätigkeit. Man hat eine Ursache der schlechten Erfolge im Rechenunterricht darin zu finden geglaubt, daß durch ein fortgesetztes Eingreifen des Lehrers die Schüler zu unselbständig werden, um überhaupt noch selbst eine Aufgabe ohne seine Hilfe lösen zu können. Daß der Unterricht nicht auf eine bloße Frage und Antwort hinauslaufen, daß bei der Einübung, oder besser gesagt Ausübung der Rechenoperationen der Schüler nicht fortwährend gegängelt werden darf, erscheint wohl selbstverständlich, ebenso selbstverständlich aber wohl auch die Forderung, daß diese Selbsttätigkeit erst eintreten und verlangt werden darf, wenn das Verfahren mit Hilfe der heuristischen Frage vom Schüler entwickelt worden ist.

„Durch Selbsttätigkeit zur Selbständigkeit“ ist ein beliebtes Schlagwort geworden, welches, richtig angewandt, natürlich nur reichen Segen spenden kann, aber, wie mir scheinen will, zu einer unmethodischen Überspannung des Begriffes der Selbsttätigkeit geführt hat. Es mag absurd klingen, aber es ist leider wahr, daß es Revisoren gibt, welche überhaupt jede Frage aus dem Rechenunterricht verbannen wollen. Dem Kinde wird eine Aufgabe gestellt, und es soll dann selbst sein Heil versuchen — daß ein solcher Unterricht eine Qual für Lehrer und Schüler wird, dem Zuhörer tot erscheinen muß und nichts Greifbares dabei herauskommt [1]), liegt wohl auf der Hand. Ich glaube, daß in diesem vollständigen Umfall von einem Extrem ins andere

[1]) W. Voigt, Archiv für Pädagogik, II. Teil, 1913, S. 170 u. 188.

mit eine Ursache jener festgestellten Mißerfolge unseres Rechenunterrichts zu suchen ist.

Wenn auch der Zweck des Rechnens in der Rechenfertigkeit gesucht werden soll, (S. 40 der Bestimmungen vom 3. Februar 1910), so sollte die Methode doch nicht in dem Maße in der Synthese aufgehen, wie es augenblicklich gefordert wird. Zwar schreiben die Bestimmungen ja eine Entwicklung des Verfahrens vor, aber sie beschränken über Gebühr die darauf verwendete Zeit, damit, wie es heißt, nicht zu viel Zeit für die praktische Ausübung verloren geht. (Bestimmungen über die Neuordnung des Mittelschulwesens in Preußen vom 3. Februar 1910. S. 40). Wenn Willmanns Grundsatz recht behalten soll: Analyse wenn nötig — Synthese wenn möglich [1]), dann, meine ich, sollte gerade im Rechenunterricht der analytischen Entwicklung eine liebevollere Pflege zuteil werden, als augenblicklich die Befürchtung zuläßt, für die praktische Rechentätigkeit zu viel Zeit verlieren zu müssen. Ich wenigstens habe immer gefunden, daß die auf die Analyse verwendete Zeit ihre guten Früchte getragen hat, die dann, um im Bilde zu bleiben, dem Schüler ganz von selber vom Baume der Erkenntnis in den Schoß fallen, ohne daß die Hand des Lehrers noch allzuoft an demselben zu rütteln und schütteln brauchte.

Ich komme zu dem Ergebnis, daß die Methode der Entwicklung, die heuristische Frage, zu Unrecht als eine der Ursachen der schlechten Rechenergebnisse bezeichnet worden ist, und durch die Überspannung des Prinzips der Selbsttätigkeit eher das Gegenteil der beabsichtigten Wirkung herbeigeführt werden kann, wie es ja auch, was aus unserer oben mitgeteilten Statistik und unseren Versuchen hervorgeht, an der hiesigen Anstalt der Fall ist.

Aus einer Einzelerscheinung sind natürlich noch keine wissenschaftlich zu bewertenden Schlüsse unbedingter Gültigkeit zu ziehen, wie auch die Ergebnisse für Knaben und Mädchen nicht ohne weiteres in Parallele zu stellen sind [2]). Immerhin

[1]) Willmann, Didaktik als Bildungslehre, Braunschweig 1909, S. 457.

[2]) W. Voigt, Archiv für Pädagogik, II. Teil, Jahrgang 1, 1913, S. 169 und S. 181.

aber gibt die Gegenüberstellung der erzielten Erfolge bei der Behandlung eines und desselben Stoffes, wie z. B. der Bruchrechnung in Klasse VI hiesiger Anstalt mit überwiegender Betonung der Synthese und in der Quinta einer Realschule, an der Verfasser früher amtierte, und seiner eigenen Ansicht folgend, mehr analytisch verfahren durfte, zu denken. Es ergab sich aus der darüber geführten Statistik folgender Gegensatz:

In Klasse VI blieben durchschnittlich 36,03 % der abgegebenen Rechenprädikate unter genügend, in jener Quinta nur 29,75 %; im Kopfrechnen war die Zahl der Treffer in Klasse VI 39,28 % in der Quinta 43%.

Es muß aber andererseits nochmals hervorgehoben werden, daß im Rechenunterricht unserer hiesigen Anstalt ein zu starkes Gängeln und Eingreifen durchaus vermieden wird, also auch hierin die Ursache der geringen Erfolge kaum gesucht werden kann.

Im 115. Hefte von Manns pädagogischem Magazin bezeichnet Niehus[1]) als eine der Ursachen mangelnder Erfolge im Rechenunterricht das zu wortreiche Vorrechnen bei der Ausführung einer Aufgabe:

„Beim wortreichen Vorrechnen werden zwischen die Glieder der Rechnung unnötig viel Worte eingeschoben; die Vorstellungen der Zahlen sinken indes, und wenn die nächste Vorstellung ins Bewußtsein kommt, ist die vorige bereits so weit gesunken, daß eine Verschmelzung mit ihr kaum möglich ist, und diese ist dann ganz ausgeschlossen, wenn die dritte Vorstellung die Schwelle des Bewußtseins überschreitet. So findet jede neue Vorstellung von der vorigen nur geringe Klarheitsreste, und die Verschmelzung wird so mangelhaft, daß ein Resultat aus der Reihe fraglich, ja oft unmöglich ist.“

Man kann in der Beurteilung dieser Frage geteilter Ansicht

---

[2]) Thompson, Vergleichende Psychologie der Geschlechter Würzburg, 1905, S. 135.

[2]) Klinkenberg, Zeitschrift für angewandte Psychologie, Bd. 8, 1914, S. 228.

[2]) Cohn, Arbeiten des Bundes für Schulreform, 8, 1914, S. 38.

[2]) Lipmann, ebenda S. 156.

[1]) Niehus, Mängel in der Rechenfertigkeit der schulentlassenen Jugend, Langensalza 1898.

sein, wie dieselbe ja auch tatsächlich in der Methodik des Rechenunterrichts der Gegenstand lebhafter Kontroverse gewesen ist. Aus Gründen, die erst später auseinander zu setzen sein werden, möchte ich mich dahin entscheiden, dem vollständigen Satze, dem wortreichen Vorrechnen bei allen denjenigen Aufgaben den Vorzug zu geben, deren Ergebnisse zu automatischer Bereitschaft in den dauernden Besitz des mittelbaren Gedächtnisses übergehen sollen, in allen anderen Fällen des Kopfrechnens aber auf Grund meiner Erfahrungen mir die Ansicht N i e h u s zu eigen machen. Ich habe immer gefunden, daß die Erfolge einer Aufgabe um so größer sind, je weniger sprachliche Umkleidungen sowohl bei der Aufgabe selbst wie auch bei deren Lösung geboten werden. Leider vertritt die Unterrichtsverwaltung und demgemäß die Praxis die gegenteilige Auffassung auch bei Aufgaben der zweiten Art. In dem an sich ja lobenswerten Bestreben, das Deutsche überall zum Mittelpunkt des Unterrichts und auch alle anderen Disziplinen der Förderung und Erzielung eines guten deutschen Ausdrucks dienstbar zu machen, wird unterschiedslos der Ausdruck in vollständigen Sätzen zur Pflicht gemacht. Es wird dadurch allzu leicht die Aufmerksamkeit des Schülers vom Hauptgegenstand seines Interesses abgelenkt und der Erfolg der Rechenfertigkeit, die ja doch das Ziel des Rechenunterrichts an dieser Art von Schulen sein soll, in vielen Fällen beeinträchtigt. Wenn auch der deutsche Ausdruck im Mittelpunkt unseres Schulunterrichts stehen soll, so glaube ich doch, daß bei der großen Anzahl deutscher und anderer sprachlicher Unterrichtsstunden, wie auch in Geographie, Geschichte, Religion und in Naturgeschichte hinreichend Gelegenheit zu seiner angemessenen Pflege vorhanden ist, so daß man die Rechenstunden, die ohnehin ihrer Stundenzahl nach anderen Hauptfächern gegenüber im Nachteil sind, ihrem eigentlichen Zwecke, der praktischen Rechenfertigkeit und der Bildung des Intellekts, erhalten sollte.

Leider geschieht das heute noch nicht, und wir können uns der Ansicht nicht verschließen, daß hierin ein methodischer Fehler und eine der wahren Ursachen der mangelnden Erfolge im Rechenunterricht zu suchen ist.

Wir stützen diese Hypothese durch unsere Erfahrung, die

auch andere machen werden; selbst Schülerinnen, die in der Abfassung von Aufsätzen und auf speziell sprachlichem Gebiete kleine Meister in der Kunst des Ausdrucks und des Vortrages sind, sind nur schwer zu bewegen, beim Vorrechnen in ganzen, wohl stilisierten Sätzen zu reden. Das spekulative Interesse, darauf gerichtet, das Ziel zu erreichen, die Lösung zu finden, steht eben so sehr im Vordergrunde, daß das Hineintragen des ästhetischen störend empfunden wird.

Die Enquete ist geeignet, diese Erfahrung zu bekräftigen. Ausnahmslos erklärten die von mir darüber befragten 73 Schülerinnen der Klassen II—VI, daß sie den Zwang, andauernd in vollständigen Sätzen reden zu müssen, als eine Ablenkung empfinden.

Auch der Versuch ergab eine Steigerung der erzielten Treffer um ca. 50 %, wenn die Versuchspersonen von dieser Verpflichtung entbunden waren.

Man hat behauptet, daß in unseren Schulen zu viel mit nackten Zahlen gerechnet wird, hierin die Ursache geringer Erfolge im Rechenunterricht zu sehen geglaubt und zur Ausschaltung des vermeintlichen Mißstandes das Rechnen mit unbenannten Zahlen fast völlig aus dem Gebiete des Kopfrechnens ausgeschieden. Es ist die Behauptung aufgestellt worden, daß das spekulative Interesse allein nicht ausreiche und ihm das empirische und soziale an die Seite treten müsse, um die Aufmerksamkeit der Schüler zu fesseln, und sich von dem oben zitierten Ministerialerlaß vom 31. Januar 1908, der besonderen Wert darauf legt, daß zur Hebung des Interesses bei der Wahl der Aufgaben die Verhältnisse des praktischen Lebens berücksichtigt werden, eine durchgreifende Besserung der Erfolge im Kopfrechnen versprochen.

Ich muß diesen Ansichten auf Grund meiner Untersuchungen und Erfahrungen direkt entgegentreten. Denn erstens ist seit jenem Ministerialerlaß eine Besserung der tatsächlichen Verhältnisse nicht erfolgt. Ein größerer Erfolg ist, wie Statistik und Versuch lehrten, seit jenem Erlaß nicht eingetreten, die allseitigen Klagen über zu geringe Erfolge sind seitdem nicht verstummt.

Zweitens glaube ich auch hier wieder betonen zu müssen, daß beim Unterricht im Kopfrechnen das spekulative, auf die Lösung der Aufgabe gerichtete Interesse ganz allein vorherrschend ist[1]). Unseren Schülern ist es wirklich gleichgültig, ob die einzelnen Aufgaben sich an individuelle Verhältnisse anlehnen oder allgemein gehalten sind. Verlangt man beispielsweise die Berechnung: 1 kg kostet 8 M., was kosten $7^1/_2$ kg? so hören und achten sie wohl auf die vorkommenden Zahlen, die zu behalten sind und mit denen zu operieren ist, nicht aber darauf, ob es sich nun um Salz oder Zucker handelt, ja die Vorstellung der Benennung schon tritt sowohl bei älteren wie auch jüngeren Schülern nur ganz undeutlich ins Bewußtsein. Vielfach kommt es vor, daß während des Rechnens diese Vorstellung überhaupt ganz verschwunden ist und erst nachträglich rein mechanisch wieder eingefügt wird. Mancherlei Vorstellungen der Benennungen können erst garnicht richtig zum Bewußtsein kommen, weil sie eben bei den Schülern überhaupt nicht vorhanden sind; dahin rechne ich die Tonne, das Gramm, das Kilometer, Quadratkilometer, Ar und Hektar u. a.

Wenn aber solche Benennungen und die Berücksichtigung tatsächlicher Lebensverhältnisse nur derartig lose mit den Zahlengrößen verbunden sind, wie es bei unseren Schülern nach meiner Erfahrung der Fall ist, dann ist nicht ersichtlich, wie durch sie eine Besserung der Erfolge im Rechenunterricht zu erzielen sein soll, selbst wenn ihr Fehlen die Ursache zu geringer Erfolge wäre.

Ich stütze meine Zweifel durch die Ergebnisse einer in dieser Richtung bei meinen Schülerinnen angestellten Umfrage:

Von 100 befragten Schülerinnen erklärten 78, lieber ohne Benennung zu rechnen, den übrigen 22 war es gleich, ob sie mit oder ohne Benennung rechneten; eine Bevorzugung benannter Aufgaben war in keinem einzigen Falle festzustellen.

Von 100 erklärten 49, die Benennung „unterwegs“, d. h. während der Ausrechnung zu verlieren; nur 14 stellen sich überhaupt vor, wie die Benennung aussieht, die anderen 86 denken

---

[1]) W. Voigt, Archiv für Pädagogik, II. Teil, Jahrgang 1, 1913, S. 22.

garnicht an die Art der Benennung, geschweige denn versuchen, sie sich vorzustellen, sie hören sie mit halbem Ohr und fügen sie dann nachher rein mechanisch dem Resultate wieder an, mit Ausnahme derer, denen sie inzwischen überhaupt ganz abhanden gekommen ist.

Ein Versuch, ob das Rechnen mit nackten Zahlen wirklich schlechtere Resultate liefere als mit benannten, zeigte kein Ergebnis zugunsten der letzteren. An dem oben mitgeteilten Prozentverhältnis an Treffern in den einzelnen Klassen (siehe Tabelle VIII) wurde durchaus nichts geändert, wenn auch zwischen die einzelnen Prüfungsstunden, in denen jene Ergebnisse gewonnen wurden, Stunden gelegt wurden, in denen die Versuchspersonen nur mit reinen Zahlen rechnen durften. Durch das Rechnen mit nackten Zahlen wird also das sonstige Ergebnis nicht beeinträchtigt, ja überhaupt nicht nachweisbar beeinflußt.

Eine Ursache der geringen Erfolge im Rechenunterricht in der Beschäftigung mit reinen, unbenannten Zahlen zu suchen, dürfte also meines Erachtens ein methodischer Irrtum sein.

Einer mangelnden Disziplin während der Rechenstunden hat man die Schuld mangelnder Erfolge zuschreiben wollen. Daß Störungen aller Art den Unterricht ungünstig beeinflussen und sein Ergebnis herabsetzen, ist natürlich, aber man darf nicht als eine disziplinwidrige Störung verurteilen, was in Wahrheit als naturgemäß [1]) zu betrachten ist, und dazu ist aus Gründen, die später auseinanderzusetzen sein werden, auch das leise Flüstern [2]) und stammelnde Rechnen zu zählen, welchem man mit die Schuld mangelnder Erfolge hat geben wollen, und das man deshalb aus dem Kopfrechnen verbannt hat. Wir alle wissen aus Erfahrung, daß das Verbot des flüsternden Rechnens bei jeder neuen Aufgabe wiederholt werden muß und doch keine Wirkung hat. Drakonische Strenge kann natürlich eine Änderung herbeiführen, gleichzeitig sinkt aber auch, wie schon die laxe Erfahrung weiß, die Anzahl der richtigen Lösungen und

[1]) v. Sybel, Zeitschrift für Psychologie, Bd. 53, 1909, S. 279.

[2]) Ranschburg, Zeitschrift für experimentelle Pädagogik, Bd. 7, 1908, S. 149.

zwar schon aus dem einfachen Grunde, weil eine gewisse Anzahl von Schülern dann eben an der Rechenarbeit nicht mehr teilnimmt. Bei der abgehaltenen Umfrage erklärten 81 Schülerinnen, ohne Flüstern überhaupt nicht rechnen zu können. Sie verteilen sich auf die einzelnen Klassen nach Maßgabe der Tabelle X.

Tabelle X.

Klasse	Sa.		Proz.
II	3	1	33,33 %
III	11	7	63,63 %
IV	18	18	100 %
V	15	11	73,33 %
VI	26	20	76,92 %
VII	27	24	88,89 %
Sa.:	100	81	81 %

Der Erfolg ist somit der beabsichtigten Wirkung entgegengesetzt, also kann auch diese vermeintliche Ursache keine wirkliche sein. Wir werden auf diesen Punkt noch ausführlich zurückkommen, wie auch darauf, daß man das sog. Bankschreiben irrtümlicherweise für den festgestellten geringen Erfolg im Rechnen verantwortlich zu machen versucht hat.

Welches sind denn aber nun die wahren Ursachen unserer einwandfrei festgestellten Mißerfolge auf dem Gebiete des Kopfrechnens? Und wie ist ihnen wirksam zu begegnen?

Daß sie nicht auf dem Gebiet des eigentlichen Rechnens an sich, d. h. der logisch richtigen Ableitung gesuchter Urteile aus gegebenen Prämissen zu suchen sind, zeigt die erfahrungsmäßige Sicherheit, mit der unsere Schüler die geforderten Rechenoperationen beim schriftlichen Rechnen vollziehen, und die auf diesem Teilgebiet unseres Unterrichtszweiges erzielten relativ günstigeren Leistungen, die ja auch in der verhältnismäßig günstigen Statistik und den gewonnenen Versuchsresultaten ihren zahlenmäßigen Ausdruck, in der durch die Enquete festgestellten größeren Vorliebe für das schriftliche Rechnen ihre teilweise Erklärung finden.

Sind sie aber nicht in einem Mangel an logischer Urteils-

fähigkeit begründet, so werden wir sie auf psychologischem Gebiete zu suchen haben, wobei sich unsere Untersuchungen auf die Gewinnung, die Erhaltung und Wiedererzeugung von Zahlvorstellungen, um die es sich ja beim Kopfrechnen handelt[1]), erstrecken müssen.

Auch bei der Frage der Gewinnung von Zahlvorstellungen kann uns die tägliche Unterrichtserfahrung wertvolle Fingerzeige geben, wenn der wirklich pädagogisch geschulte Blick zielbewußter Beobachtung ihr an die Seite tritt. Dann kann es der Erfahrung nicht entgehen, daß die Leistungen auch im mündlichen Rechnen ungleich bessere werden, wenn beispielsweise nicht drakonische Strenge das oben zitierte flüsternde Rechnen unterdrückt, wenn Unkenntnis psychologischer Verhältnisse nicht das Bank- und Luftschreiben gegebener Aufgaben verbietet, wenn in urteilsloser ängstlicher Befolgung behördlicher Vorschriften während des Kopfrechnens nicht die gedruckten Aufgabenhefte krampfhaft geschlossen bleiben, sondern den Schülern Gelegenheit geboten wird, die gestellten Aufgaben nicht nur zu hören, sondern gleichzeitig auch vor sich zu sehen.

An allen diesen und noch anderen täglichen Erscheinungen ist aber befremdlicher Weise die sogenannte Erfahrung unserer Rechenlehrer achtlos vorbeigegangen, aus ihnen hat die Methodik des Rechenunterrichts keine Lehren zu ziehen verstanden, ihnen allen haben auch die behördlichen Verfügungen keinerlei Berücksichtigung zuteil werden lassen. Unbedingte Ruhe während des Kopfrechnens wird gefordert, jede Bewegungsmöglichkeit drakonisch unterdrückt, die Benutzung einer vor dem Schüler geöffneten gedruckten Aufgabensammlung mit der Begründung verboten, daß Lehrer wie Schüler bestrebt sein müßten, sich von dem „sklavischen Kleben“ an einem gedruckten Buche freizumachen.

Klare Vorstellungen den Schülern zu übermitteln, gilt neben dem Prinzip der Anschauung als oberster Grundsatz aller methodischen Bestrebungen. Es muß befremden, daß sich selbst in in der neueren Zeit, welche (Ministerialerlaß vom 3. Februar 1910)

---

[1]) Schanoff, Die Vorgänge des Rechnens, Leipzig 1911.

[1]) Voigt, Archiv für Pädagogik, II. Teil, 1913, S. 183.

die Ausbildung aller Sinne fordert, die Methodik des Kopfrechnens in einseitig akustischen Bahnen verloren und selbst das Prinzip der individuellen Behandlung des einzelnen Schülers keine Reform derselben hervorgebracht hat; so daß wir im allgemeinen hierin noch auf dem Standpunkt Adam Rieses stehen. Trotz aller inzwischen gewonnenen psychologischen Forschungsergebnisse wird der Begriff des Kopf- oder Denkrechnens immer noch zu eng gefaßt und ohne Bedenken das Merkmal der akustischen Darbietung der Zahlenvorstellungen untrennbar zu ihm hinzugedacht. Klare Vorstellungen übermitteln, Schüler individuell behandeln, alle Sinne ausbilden — drei pädagogische Forderungen, die fast täglich von unseren Revisoren aufgestellt werden, ohne zu bedenken, daß auch auf dem Gebiete des Kopfrechnens andere Sinne als nur, wie es üblich, das Ohr herangezogen und ausgebildet werden können und mit Rücksicht auf die Vermittlung klarer Vorstellungen und die individuelle Behandlung auch herangezogen werden müssen[1]).

Die Frage der Darbietung von Zahlenvorstellungen ist im allgemeinen bis vor kurzem in unserer pädagogischen Literatur nur wenig gestreift worden, soweit sie die Art der Aufgabenstellung beim Kopfrechnen betrifft. Man hat in den verbreiteten Lehrbüchern der Methodik des Rechenunterrichts zwar auf Grund theoretischer Erwägungen darauf hingewiesen, daß zur Erzeugung klarer Vorstellungen die Aufgaben klar und deutlich, bestimmt und eindeutig gestellt werden müssen, dabei aber eben immer nur die Form der akustischen Darbietung im Auge gehabt. Derartige Erwägungen haben auch dazu geführt, die Ursachen unserer schlechten Erfolge darin zu finden, daß die Aufgaben zu schnell und monoton und nur einmal vorgesprochen und daher von den Schülern nicht richtig und dauerhaft erfaßt werden. In diesem Sinne äußert sich unter andern auch W. Feil im Württenbergischen Schulblatt, 1905, Nr. 48, welcher bei einem dahingehenden Versuche durch zweimaliges Vorsprechen der Aufgabe eine Erhöhung der Trefferzahl bei den Leistungen feststellte. Seine Veröffentlichung ist für die Frage der Darbietung

[1]) v. Sybel, Zeitschrift für Psychologie, Bd. 53, 1909, S. 257 ff.

der Aufgaben aber in einer anderen Richtung für uns bei weitem interessanter. Feil teilt nämlich noch ein anderes Resultat in seiner Arbeit mit. Er findet, daß die Trefferzahl am günstigsten beeinflußt wird, wenn die Aufgaben einmal vom Lehrer vorgesprochen und gleichzeitig an die Wandtafel geschrieben werden. Leider ist er selbst auf dieses Ergebnis nicht weiter eingegangen, hat den wahren Grund dieser Tatsache nicht richtig erkannt und ihren Ursachen nicht weiter nachgeforscht. Er streift diese Frage nur gewissermaßen, legt aber das Hauptgewicht seiner Feststellung dann doch wieder auf die zweimalige akustische Darbietung.

Um die Frage der Darbietung der Aufgaben im Denkrechnen einwandsfrei beantworten zu können, habe ich, angeregt durch die bisherigen Ergebnisse der experimentellen Forschungen über die Vorstellungs- und Gedächtnistypen auf dem Gebiete der Sach- und Sprachvorstellungen[1]), die mir zur Verfügung stehenden 100 Schülerinnen auf ihren Vorstellungs- und Gedächtnistypus auf dem Gebiete der Zahlenvorstellungen einer längeren Untersuchung unterzogen.

Zur Vermeidung unbeabsichtigter Nebenwirkungen wurden die gestellten Aufgaben während einer längeren Zeit über Wellenberge und -täler jährlicher und täglicher Schwankungen[2]) in dem früher angegebenen Sinne gleichmäßig verteilt und jedesmal gleichmäßig lange exponiert, nämlich 15 Sekunden. Die Aufgaben wurden der zeitgemäßen Abfolge der einzelnen Jahresklassen entsprechend gewählt[3]) und beschränkten sich überdies auf ganz einfache Rechenoperationen, die an sich den Schülerinnen in der logischen Ableitung von gesuchten Urteilen aus gegebenen Prämissen keine Schwierigkeiten machen konnten,

---

[1]) Lay, Experimentelle Didaktik, Leipzig 1910, S. 346. Meumann, Die experimentelle Pädagogik, Bd. 4, 1907. Eckardt, Zeitschrift für experimentelle Pädagogik, Bd. 5, 1907. Frankfurther und Thiele, Zeitschrift für Psychologie, Bd. 62, 1912. v. Sybel, Zeitschrift für Psychologie, Bd. 53, 1909.

[2]) Schuyten, Arbeiten aus dem städtischen pädagogischen Laboratorium Antwerpens.

[3]) Voigt, Archiv für Pädagogik, II. Teil, Jahrgang 1, 1913, S. 170.

so daß also das rein logische Element[1]) nach Möglichkeit ausgeschlossen war. Es ergab sich je nach der Art der Darbietung der Zahlvorstellungen die folgende Versuchsreihe.

1. Die Aufgabe wurde einmal laut und deutlich vorgesprochen. Bank- und Luftschreiben, sowie jedes Flüstern und überhaupt jede Lippenbewegung war verboten. Auch die Bewegung der Fußspitzen im Stiefel, mit denen einzelne die Aufgaben eingestandenermaßen nachzufahren pflegen, mußte unterlassen werden. Die Aufgabe wurde im Kopfe gerechnet, das Resultat auf einem bereitliegenden Zettel notiert.

2. Die Aufgabe wurde mit weißer Kreide auf die schwarze Wandtafel geschrieben. Sämtliche Augen waren zunächst geschlossen und wurden erst auf das Kommando: „Auf" geöffnet. Nach einer Exposition von 15 Sekunden wurde die Aufgabe fortgewischt. Wie in 1 waren alle motorischen Elemente auszuschalten.

3. Versuch 1 und 2 wurden miteinander verbunden: die Aufgabe wurde wie in 1 laut und deutlich einmal vorgesprochen und wie in 2 optisch dargeboten; motorische Elemente wurden ausgeschaltet.

4, 5 und 6. Die Aufgaben wurden wie in 1, 2 und 3 dargeboten, aber das Bank- und Luftschreiben ausdrücklich gestattet und geboten.

7, 8 und 9 wie 1, 2 und 3, aber mit Hinzunahme der Sprechbewegungen; es war also den Schülerinnen gestattet, flüsternd zu rechnen.

10, 11 und 12 wie 1, 2 und 3 unter gleichzeitiger Verwendung von Bank- und Luftschreiben und der Sprechbewegung.

13. Die Aufgabe wurde laut und deutlich einmal vorgesprochen, von den Schülerinnen sofort auf einen Zettel geschrieben, der Zettel umgedreht, die Aufgabe im Kopfe gerechnet und das Resultat auf der anderen Seite notiert.

14. Die Aufgabe wurde an die Wandtafel geschrieben. Die Augen waren geschlossen und wurden erst auf Kommando: „Auf" geöffnet; die Aufgabe wurde von der Tafel abgeschrieben,

---

[1]) Schanoff, a. a. O., S. 119.

der Zettel umgedreht, die Aufgabe von der Tafel fortgelöscht, im Kopfe gerechnet, das Resultat auf der anderen Zettelseite niedergeschrieben.

15. Verbindung des Versuches 13 und 14. Bei diesen Versuchen 13, 14 und 15 waren sämtliche motorischen Elemente — abgesehen vom Niederschreiben der Aufgabe — beim eigentlichen Ausrechnen ausgeschaltet.

16, 17 und 18 wie 13, 14 und 15; beim Ausrechnen aber war das Bankschreiben gestattet.

19, 20 und 21 wie 13, 14 und 15; aber mit Hinzunahme der Sprechbewegungen.

22, 23 und 24 wie 13, 14 und 15; aber unter gleichzeitiger Verwendung aller motorischen Elemente, sowohl des Bank- und Luftschreibens wie auch der Sprechbewegungsvorstellungen.

Der Zweck dieser Versuche war, das Prozentverhältnis des akustischen und optischen Vorstellungstypus festzustellen und zu untersuchen, welchen Anteil die Sprechbewegungs- und die anderen motorischen Elemente am Zustandekommen der Trefferleistungen haben. Zur Feststellung eines ev. rein motorischen Typus wurde ein Kontrollversuch angestellt, bei dem die Aufgaben in ungewohnten römischen Ziffern, wie z. B.

XIV · XIX

dargeboten wurden, um das gewohnte Schriftbild zu vermeiden und dadurch das rein optische Element ebenso wie das akustische auszuschalten. Die Ergebnisse erscheinen in Kolonne 25 der Tabelle XIX, welche die Anzahl der richtigen Lösungen bei jeder Versuchsperson in Prozentzahlen wiedergibt.

Unabhängig von diesen exakten Versuchen, deren Ergebnisse darum auch erst später mitgeteilt werden sollen, konnte ich schon vorher durch Enquete und Beobachtung mancherlei Tatsachen feststellen, welche bei der Unterscheidung des akustischen, optischen und motorischen Typus und seiner Unterarten wertvolle Fingerzeige zu bieten vermochten.

Die Ergebnisse meiner, die Verwendung der Sprechbewegungselemente betreffenden Umfrage sind in Tabelle X mit-

geteilt. Nach diesen Feststellungen lassen sich als Sprechbeweger in den einzelnen Klassen die in Tabelle XI aufgeführten Versuchspersonen vermuten.

Tabelle XI.

In Klasse	
II	Versuchsperson: 3.
III	Vp.: 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10.
IV	Vp.: 1—18.
V	Vp.: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15.
VI	Vp.: 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 22, 23, 24, 25, 26.
VII	Vp.: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27.

Die Nummern beziehen sich auf die einzelnen Schülerinnen und entsprechen der fortlaufenden Numerierung in Tabelle XIX.

Als Bank- und Luftschreiber, also Motoriker verrieten sich der unauffälligen Beobachtung während der täglichen Wiederholungs- und Übungsaufgaben in den einzelnen Klassen die in Tabelle XII genannten Versuchspersonen.

Tabelle XII.

Kl.	Sa.		prozentual
II	3	Versuchsperson: 3	33,33 %
III	11	Vp.: 3, 5, 6, 7, 8, 10	55,55 %
IV	18	Vp.: 5, 9, 11, 12, 14, 17, 18	38,89 %
V	15	Vp.: 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 15	73,33 %
VI	26	Vp.: 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 20, 21, 22, 23	57,62 %
VII	27	Vp.: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 21, 25, 26, 27	70,37 %

Wurden bei diesen Aufgaben und den späteren Versuchen die motorischen Elemente gewaltsam unterdrückt, so waren bei den in Tabelle XIII angegebenen Versuchspersonen die Symp-

tome der Unlust, Hemmung, Spannung[1]), nämlich Blässe des Gesichts, Herabsenken des Kopfes, unruhiges Rollen der Augen, Zittern der Hände, senkrechte Stirnfalten, unregelmäßiges Atmen zu beobachten. Die hier aufgezählten Schülerinnen sind also als ausgesprochen motorisch veranlagt anzusehen.

Tabelle XIII.

Kl.	Sa.		prozentual
II	3	Versuchsperson: 3	33,33 %
III	11	Vp.: 3, 5, 7, 8, 10	45,45 %
IV	18	Vp.: 5, 11, 12, 14, 17, 18	33,33 %
V	15	Vp.: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 15	60 %
VI	26	Vp.: 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 20, 21, 22, 24	57,62 %
VII	27	Vp.: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 16, 17, 21, 25, 26, 27	55,56 %

Schon diese Beobachtung zeigt, wie weit sich eine derartige, auf die Unterdrückung individueller Eigenart gerichtete „pädagogische“ Maßnahme von dem Prinzip eines naturgemäßen Unterrichts entfernt.

Wenn bei den späteren Versuchen und auch sonst bei den gewöhnlichen Aufgaben die Erlaubnis zum Flüstern und Bewegen der Hände gegeben wurde, ging ein sichtbares Aufatmen wie das Zeichen einer Erlösung[2]) von einem schwer empfundenen Zwange durch die Schülerreihen[3]). Im Verlaufe der Übungen wurde sehr häufig an den Versuchsleiter die Frage gerichtet:

„Dürfen wir beim Rechnen leise mitsprechen?“ oder „dürfen wir uns jetzt wieder bewegen?“

Auch bei der Unterscheidung des akustischen und optischen Vorstellungstypus können schon bewußte Beobachtung und Umfrage wertvolle Hilfsmittel bieten.

---

[1]) Lay, Experimentelle Didaktik, Leipzig 1910, S. 545.

[2]) v. Sybel, Zeitschrift für Psychologie, Bd. 53, 1909, S. 271.

[3]) Cohn, Arbeiten des Bundes für Schulreform, 8, 1914, S. 51.

Optiker pflegen, eben weil das Schriftbild für sie das Hauptelement darstellt, auf kalligraphisch schöne Zahlenbilder in ihren Heften ein größeres Gewicht zu legen als Akustiker; peinlich genaues Untereinanderschreiben von Zehnern resp. Einern beim Addieren, namentlich beim Rechnen mit Dezimalstellen, zeichnen sie vor dem Akustiker aus, der mit dem Klangbild arbeitet und die Niederschrift als nebensächlich betrachtet. Zahlen, die sich schon auf derselben Heftseite befinden oder vom Versuchsleiter zusammenhangslos während des Rechnens an die Tafel geschrieben werden, stören den Akustiker weniger, schleichen sich aber leicht in das Schriftbild des Optikers ein[1]), während umgekehrt laut ausgesprochene Zahlen den Optiker nicht beeinträchtigen, bei dem Akustiker dagegen verwirrend wirken[2]) und auf seinem Gesicht das Mienenspiel der Abwehr hervorrufen. Der Optiker verdreht oft die Zahlen und würfelt sie durcheinander, z. B. statt 468: 486, eine Beobachtung, die durch die Versuchsergebnisse bestätigt wird, und läßt zuweilen in der Mitte und am Ende eine Null aus. Der Optiker läßt sich in seiner Rechensicherheit nicht beeinflussen, wenn die Stunden, wie es bei fliegenden Klassen der Fall ist, in verschiedenen Klassenzimmern mit verschiedener Akustik abgehalten werden, während der Akustiker für veränderte Lichtverhältnisse weniger empfänglich ist.

Gute und brauchbare Fingerzeige liefert auch die Umwandlung der periodischen Dezimalbrüche in gemeine, namentlich der gemischt periodischen. Es kommt dabei bekanntlich darauf an, durch Multiplikation des Dezimalbruches mit einer geeigneten Potenz von 10 diesen so zu verändern, daß beide übereinanderstehende Dezimalbrüche hinter dem Komma nur Nullen aufweisen. Der Optiker ist hierbei stets im Vorteil, da er sich das Schriftbild deutlich auch im Geiste vorzustellen vermag und so, das Ziel vor Augen, die gesuchte Zehnerpotenz ohne weiteres finden kann.

Bei Multiplikationsaufgaben mit dem Multiplikator 11, z. B. $25 \cdot 11$, sieht der Optiker das Schriftbild der 25 deutlich vor

[1]) Meumann, Experimentelle Pädagogik, Bd. 4, 1907, S. 40.

[2]) Feuchtwanger, Zeitschrift für Psychologie, Bd. 58, 1911, S. 186.

sich [1]), addiert beide Ziffern zueinander und sieht die dadurch entstehende 7 gleichsam geschrieben zwischen die 2 und die 5 treten und so das Schriftbild des Produktes 275 deutlich vor sich entstehen, während der Akustiker und die übrigen Typen mit Zerlegung: $25 \cdot 10 + 25 \cdot 1$ rechnen und später zum Ergebnis kommen. Es rechnete nach der Elferregel, resp. mit Zerlegung, resp. ohne erkennbare Bevorzugung der einen oder andern Methode in den einzelnen Klassen die in Tabelle XIV unter E, resp. Z, resp. E. Z. angegebene Anzahl von Schülerinnen.

Tabelle XIV.

Kl.	Sa.	E.	Proz.	Sa.	Z.	Proz.	Sa.	E. Z.	Proz.
II	3	2	66,67	3	1	33,33	3	0	0
III	11	4	36,36	11	6	54,55	11	1	9,08
IV	18	6	33,33	18	6	33,33	18	6	33,33
V	15	11	73,33	15	3	20	15	1	6,67
VI	26	7	26,15	26	19	73,85	26	0	0
VII	27	6	22,22	27	8	29,63	27	13	48,15

Beim Diktieren der Zahlen pflegt, wenigstens in vielen Fällen, der Akustiker die Zahlen in derselben Reihenfolge niederzuschreiben, wie er sie hört, z. B. bei 468 zuerst die 4, dann die 8 und hinterher erst die 6, während der Optiker die Ziffern in der Folge niederschreibt, wie sie sich ihm in dem Schriftbild darbieten.

Bei größeren Aufgaben aus der Regeldetri verwendet der Akustiker mit Vorliebe die Griesmann'sche Methode ohne Bruchsatz (Griesmann, Der Rechenunterricht in der Volksschule 1890), während der Optiker mit dem Schriftbilde rechnet, wie es der sonst übliche Bruchsatz darbietet, und die durch ihn gewährten Vorteile des Kürzens auszunutzen weiß. Eine Umfrage über diesen Punkt ergab folgendes Resultat: Es rechnete nach der Griesmannschen Methode, resp. mit dem Bruchsatz, resp. ohne sich für die eine oder andere Art festzulegen, die unter G, resp. B, resp. G. B. in Tabelle XV angegebene Anzahl von Schülerinnen.

[1]) Eckhardt, Zeitschrift für experimentelle Pädagogik, Bd. 5, 1907, S. 15.

Tabelle XV.

Kl.	Sa.	G.	Proz.	B.	Proz.	G. B.	Proz.
II	3	1	33,33	1	33,33	1	33,33
III	11	5	45,45	4	36,36	2	18,18
IV	18	12	66,67	5	27,78	1	5,56
V	15	4	26,67	9	60	2	13,83

Die Behandlung einfacher Divisionsaufgaben, z. B. 546 : 3 hat in der theoretischen Pädagogik bekanntlich zu einer lebhaften Kontroverse geführt. Kallius (die vier Spezies in ganzen Zahlen, Oldenburg, Stalling 1889), offenbar selbst dem optischen Typus angehörend[1]), will derartige Aufgaben auch im Denkrechnen mit Stellenwert wie beim schriftlichen Rechnen gelöst wissen. Diesterweg eifert, weil wahrscheinlich selbst Akustiker oder Motoriker, jedenfalls aber nicht optisch veranlagt, in seinem „Wegweiser" gegen diese Methode, die er „kein Kopfrechnen, sondern ein After-Kopfrechnen, eine Verzerrung, einen Mißbrauch, eine Selbstfesselung" nennt. Seine Autorität ist bekanntlich für die Unterrichtsverwaltung maßgeblich gewesen; und in Verkennung der Tatsache, daß die Kallius'sche Methode für die Optiker unter unseren Schülern die einzig naturgemäße ist, ist diese aus unseren Rechenstunden verbannt worden.

Schweren Herzens wird sich der in die Bedeutung der Vorstellungstypen eingeweihte Rechenlehrer dieser Regierungsverordnung zwar fügen müssen, aber die Enquete darüber, welche der Schülerinnen, wie Kallius es will, welche nach Diesterweg rechnen, gibt einen guten Fingerzeig bei der Scheidung in Optiker und Akustiker. Es rechnete vorwiegend nach Kallius, resp. nach Diesterweg, resp. ohne eine bestimmte Vorliebe für eine der beiden Methoden die unter K, resp. D, resp. K. D. in Tabelle XVI angegebene Anzahl der Schülerinnen.

Tabelle XVI.

Kl.	Sa.	K.	Proz.	D.	Proz.	K. D.	Proz.
II	3	1	33,33	1	33,33	1	33,33
III	11	3	27,27	6	54,55	2	18,18

[1]) Eckhardt, a. a. O., S. 21.

Kl.	Sa.	K.	Proz.	D.	Proz.	K. D.	Proz.
IV	18	5	27,78	12	66,67	1	5,55
V	15	10	66,67	5	33,33	0	0
VI	26	10	38,46	8	30,77	8	30,77
VII	27	6	22,22	10	37,03	11	40,75

Auf Grund dieser vorläufigen Ergebnisse der Beobachtung und Enquete ließen sich in den einzelnen Klassen als Akustiker resp. Optiker ausgesprochenen Typs: die in den Tabellen XVII und XVIII aufgeführten Schülerinnen vermuten.

Tabelle XVII. Akustiker.

Kl.	Sa.		prozentual
II	3	Versuchsperson: 2	33,33 %
III	11	Vp.: 3, 4, 7, 9, 11	45,45 %
IV	18	Vp.: 1, 2, 6, 8, 12	27,78 %
V	15	Vp.: 1, 2, 3, 9, 12	33,33 %
VI	26	Vp.: 1, 2, 7, 9, 20	19,23 %
VII	27	Vp.: 3. 5, 10, 12, 15, 16	22,22 %

Tabelle XVIII. Optiker.

Kl.	Sa.		prozentual
II	3	Versuchsperson: 1	33,33 %
III	11	Vp.: 1, 5, 8, 10	36,36 %
IV	18	Vp.: 4, 9, 13, 15, 16	27,78 %
V	15	Vp.: 6, 8, 10, 11, 14, 15	40 %
VI	26	Vp.: 4, 5, 8, 25	19,23 %
VII	27	Vp.: 4, 8, 13, 20, 22	15,38 %

Können die Ergebnisse derartiger Beobachtungen und Umfragen naturgemäß keinen Anspruch auf unbedingte Zuverlässigkeit erheben, so vermag der exakte pädagogische Versuch einwandsfreie Resultate zu liefern. Es soll daher nunmehr das Zahlenmaterial der früher beschriebenen Versuchsreihe mitgeteilt und daraus die Summe der methodisch wichtigen Ergebnisse gezogen werden.

Tabelle

1. Klasse II.

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	28	72	74	40	82	84	40	92	96	44	92	96
2	72	34	76	80	44	84	88	40	92	90	42	96
3	34	36	40	64	66	68	72	76	76	74	76	78

2. Klasse III.

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	44	72	76	46	72	78	50	74	76	48	72	74
2	36	34	80	34	36	38	52	54	56	54	52	54
3	74	40	72	92	48	94	94	46	94	98	50	96
4	72	46	76	74	48	78	72	50	74	74	46	76
5	44	72	74	48	92	94	46	96	96	48	92	94
6	40	40	46	68	64	70	42	44	44	68	70	74
7	70	48	72	88	52	90	90	54	92	96	58	98
8	60	72	76	80	90	92	78	94	96	82	98	98
9	62	40	64	60	42	66	74	52	78	78	54	84
10	32	40	42	40	62	64	48	64	62	48	70	76
11	56	42	58	54	44	58	58	46	60	56	48	60

3. Klasse IV.

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	74	42	76	76	44	76	82	48	84	84	48	86
2	74	44	76	76	46	78	80	50	82	82	52	82
3	36	36	38	38	40	40	46	44	46	48	46	48
4	46	64	66	44	66	66	50	84	84	52	86	86
5	22	28	30	36	44	46	38	40	42	40	46	46
6	76	44	76	74	46	74	76	42	74	76	44	76
7	32	34	34	34	34	38	40	42	42	42	46	44
8	76	42	78	74	44	74	76	48	78	74	50	78
9	36	64	66	52	82	82	40	66	66	42	68	64
10	26	24	26	28	26	26	32	30	34	32	34	34
11	38	36	38	46	42	46	44	44	60	48	46	48
12	76	32	76	88	40	80	80	36	82	86	42	88

XIX.

3 Versuchspersonen.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
42	74	84	50	92	94	62	96	98	64	92	98	72
88	46	90	90	48	92	94	50	96	92	54	96	88
72	70	74	74	76	76	78	74	88	90	92	96	78

11 Versuchspersonen.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
42	74	78	48	76	76	52	74	76	50	72	74	42
38	36	38	34	38	38	50	56	56	52	56	56	50
96	50	98	98	52	98	98	52	96	98	60	96	76
72	48	70	74	50	56	74	52	76	74	48	76	48
50	94	94	48	98	98	50	96	96	52	96	98	82
44	48	48	70	74	74	48	46	48	70	72	76	68
98	56	96	98	60	98	96	60	98	98	56	98	64
64	76	78	84	96	96	78	96	96	84	96	96	84
78	46	76	74	48	76	76	64	78	82	60	84	52
38	46	46	42	66	68	50	66	66	50	68	68	66
52	40	56	56	44	58	56	50	58	52	46	58	42

18 Versuchspersonen.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
84	46	86	88	50	88	90	52	88	90	54	90	28
84	50	86	84	48	86	86	50	86	84	52	86	32
38	32	38	48	46	50	50	52	50	56	54	56	30
52	88	88	54	92	96	56	90	94	54	92	96	32
38	40	42	38	42	42	40	46	48	42	46	46	48
76	42	78	78	40	76	82	50	82	84	52	88	26
32	38	38	36	36	40	46	44	46	48	46	50	28
76	46	76	78	48	78	78	50	78	80	52	86	26
58	88	88	56	86	86	60	88	86	62	86	88	64
36	32	36	36	30	34	40	34	42	40	36	46	30
46	48	48	40	46	46	46	44	46	50	46	52	46
86	44	88	88	44	88	88	46	90	86	48	90	82

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	30	42	44	32	46	46	38	50	52	38	52	52
14	18	12	16	32	30	32	24	26	28	34	34	36
15	20	42	44	22	46	46	32	50	52	34	54	56
16	40	56	54	42	58	58	48	64	66	50	66	68
17	34	36	40	42	46	48	40	42	46	42	44	46
18	20	22	24	32	34	36	30	36	36	32	34	38

4. Klasse V.

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	74	40	74	82	42	86	84	62	84	86	64	88
2	70	48	72	72	46	74	86	50	88	86	52	86
3	62	40	64	72	52	74	76	48	74	78	50	76
4	36	36	40	38	40	40	38	42	44	40	44	48
5	32	40	42	60	64	64	34	46	46	66	68	68
6	42	64	66	42	74	76	46	82	86	48	84	84
7	40	36	42	54	46	56	60	62	62	62	64	64
8	44	72	74	46	82	82	44	86	86	46	86	84
9	62	42	64	72	50	74	74	42	76	76	52	80
10	38	48	50	38	46	48	36	48	48	36	48	48
11	46	62	64	44	64	68	44	64	64	42	66	66
12	52	30	54	62	40	64	76	40	78	76	46	78
13	38	36	40	42	40	44	52	50	54	52	54	58
14	46	72	74	44	74	74	52	86	90	54	88	90
15	36	48	54	38	60	62	38	56	56	38	62	68

5. Klasse VI.

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	68	36	68	70	40	74	78	42	80	80	42	86
2	26	18	30	28	20	26	34	24	34	34	26	36
3	32	34	34	34	36	36	40	38	40	42	38	42
4	40	60	62	38	62	62	38	60	60	36	60	62
5	16	22	24	32	38	38	32	36	36	34	38	38
6	28	26	28	28	30	30	34	32	34	34	34	36
7	42	28	40	48	30	50	46	32	46	50	32	54

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
34	48	48	36	50	52	38	56	56	38	58	58	26
30	32	32	34	36	38	36	34	36	38	36	40	36
24	50	50	24	56	58	32	60	60	34	64	64	24
42	60	62	44	62	62	46	64	64	48	66	66	28
42	46	46	44	48	46	50	52	52	52	56	56	48
36	38	38	42	44	44	46	46	48	48	50	52	38

15 Versuchspersonen.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
86	66	86	88	66	86	86	62	88	86	64	88	62
72	48	76	76	52	76	74	50	76	76	52	76	30
76	52	78	74	54	76	76	48	76	98	52	76	76
38	36	44	40	46	46	42	48	48	44	50	50	46
58	56	56	56	58	62	62	64	68	60	66	68	52
46	88	88	42	86	88	44	86	86	46	84	86	80
56	58	58	60	62	64	66	62	68	66	62	68	66
48	84	86	48	82	84	46	84	82	48	82	82	82
76	52	78	74	50	76	80	52	82	82	54	84	78
38	50	52	36	52	52	34	50	50	36	54	58	32
46	64	66	42	60	64	40	68	72	38	68	68	28
64	42	66	78	46	80	76	44	78	76	46	78	74
48	46	54	50	52	54	52	56	56	52	48	54	58
44	76	76	46	74	76	46	86	88	44	90	90	30
36	50	52	32	64	66	34	66	66	36	68	68	64

26 Versuchspersonen.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
70	42	72	72	44	74	76	44	78	78	46	80	22
30	24	22	36	24	38	36	28	36	38	30	40	18
34	36	38	36	32	36	42	40	42	36	42	44	24
42	62	64	38	62	62	40	62	62	42	64	64	22
34	38	38	36	38	38	36	40	42	34	42	44	28
32	34	34	36	40	38	38	28	34	38	30	36	24
56	32	58	52	34	56	50	32	58	52	34	60	46

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	26	38	38	28	44	46	28	48	50	30	50	50
9	46	32	48	50	34	52	56	40	58	58	42	58
10	34	32	36	40	42	42	34	30	34	42	44	46
11	64	42	62	70	44	70	66	40	84	64	42	64
12	18	20	24	26	24	26	28	26	28	30	28	30
13	22	24	24	30	26	30	32	28	32	32	34	34
14	32	30	30	30	28	30	40	32	38	42	34	46
15	18	32	30	34	32	32	36	34	36	38	36	40
16	30	46	48	32	44	44	34	52	54	36	56	56
17	24	22	26	22	18	24	30	28	36	32	34	36
18	20	18	24	22	20	26	38	36	40	40	38	44
19	58	22	60	56	20	62	56	20	60	58	24	60
20	34	18	36	60	28	62	36	20	40	58	26	62
21	62	30	66	84	42	86	60	32	64	88	46	90
22	46	44	50	68	64	70	80	64	82	82	66	84
23	12	36	40	20	48	50	22	46	46	24	52	50
24	26	12	30	28	10	30	42	16	46	44	24	46
25	28	64	66	26	68	70	30	66	68	32	72	74
26	24	26	26	26	28	30	46	44	48	48	42	50

6. Klasse VII.

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	22	20	24	28	26	30	26	28	30	32	30	34
2	26	12	28	30	14	32	36	16	36	38	18	40
3	34	16	36	38	18	38	42	20	40	44	22	46
4	16	28	30	18	34	36	20	36	36	20	38	38
5	12	18	14	14	10	14	16	12	16	16	14	16
6	10	4	10	16	6	18	18	6	18	20	8	22
7	8	14	16	10	18	18	10	20	20	12	22	22
8	12	22	24	14	30	30	14	30	32	18	38	38
9	8	10	12	10	14	14	16	16	18	18	16	18
10	24	10	26	28	14	28	28	16	28	30	16	34
11	16	32	34	18	36	36	16	34	38	20	40	42
12	28	6	30	28	16	30	32	16	34	34	18	36
13	14	24	24	18	28	28	18	30	32	20	32	32

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
30	46	48	34	52	54	32	56	58	34	58	58	42
50	36	52	54	36	56	58	42	60	60	42	64	52
46	44	50	48	46	52	46	42	48	48	48	54	38
76	42	74	78	46	80	76	42	76	76	44	78	72
26	28	32	28	28	34	32	44	42	38	42	44	28
36	32	40	40	42	46	40	46	46	44	48	46	34
32	30	44	34	32	42	38	36	40	38	40	44	26
46	40	48	48	42	50	42	46	48	46	44	50	36
28	44	46	30	42	44	34	48	46	34	50	50	24
26	28	30	28	26	30	34	30	36	36	32	38	18
22	20	26	24	26	30	40	42	44	42	40	46	16
60	24	58	56	26	58	54	24	56	54	28	60	20
42	20	46	46	22	44	48	24	48	50	26	52	60
92	34	94	94	34	94	90	30	92	92	36	96	82
82	74	88	84	76	90	92	76	94	94	80	96	64
20	48	50	22	50	50	24	56	58	26	54	56	46
28	14	30	30	14	30	32	16	34	34	16	36	18
30	74	76	32	74	76	34	82	86	36	84	86	16
28	32	36	30	36	36	32	40	46	34	42	42	26

27 Versuchspersonen.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
28	30	30	30	30	32	32	32	36	34	34	36	
32	14	34	34	16	34	38	16	40	40	18	42	
36	16	38	40	18	42	44	20	46	46	22	48	
16	32	34	18	34	36	22	40	42	24	40	38	
16	6	18	20	8	22	18	8	24	20	10	26	
18	8	18	20	10	22	20	10	22	22	12	24	
8	16	16	10	18	18	12	16	18	14	18	18	
16	32	34	18	34	36	18	34	34	20	36	36	
10	16	16	10	14	16	18	22	26	20	24	24	
26	12	28	30	14	30	34	16	36	36	18	36	
18	40	40	20	38	38	22	36	38	24	38	38	
28	18	30	28	16	30	30	18	32	36	20	36	
16	30	32	16	32	34	18	34	34	20	34	34	

Vp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
14	12	14	14	18	16	16	18	18	20	20	22	26
15	44	20	46	48	22	48	50	24	48	52	26	50
16	36	16	40	40	20	42	34	16	36	42	18	46
17	18	26	30	22	30	32	24	32	32	26	32	36
18	24	26	30	24	24	26	32	34	38	34	34	36
19	28	6	30	34	10	36	34	12	36	36	14	36
20	30	46	44	34	50	52	36	54	54	40	58	58
21	18	16	20	26	24	26	28	30	30	30	32	34
22	30	52	54	30	52	52	36	62	64	32	64	66
23	36	14	38	36	16	38	42	18	44	44	22	50
24	28	4	30	28	6	30	38	8	40	38	10	42
25	44	16	46	50	20	56	52	22	54	56	28	60
26	8	12	14	14	16	16	18	16	18	20	24	24
27	46	32	44	52	50	54	50	48	52	56	52	58

Bemerkung: Versuch 25 konnte nicht ausgeführt werden, da die

Berechnet man nach dem Vorschlage Pfeiffers (Über Vorstellungstypen, Leipzig 1907) aus den gefundenen Zahlenwerten den Mittel- oder Zentralwert für die einzelnen Sinnestätigkeiten und rechnet jede Versuchsperson in das betreffende Gebiet derjenigen Sinnestätigkeit, in dem die Zahl der Treffer diesen Durchschnittswert übersteigt, so lassen sich auf Grund der angestellten Versuche die in Tabelle XX aufgezählten Versuchspersonen als ausgesprochene Akustiker, Optiker, Sprechbeweger und Schreibbeweger feststellen.

Tabelle XX.

a) als Akustiker.

Klasse	II	Versuchsperson: 2	33,33 %
„	III	Vp.: 3, 4, 7, 9, 11	45,45 %
„	IV	Vp.: 1, 2, 6, 8, 12	27,78 %
„	V	Vp.: 1, 2, 3, 9, 12	33,33 %
„	VI	Vp.: 1, 2, 7, 9, 11, 19, 20, 21, 24	34,62 %
„	VII	Vp.: 2, 3, 6, 10, 12, 15, 16, 19, 23, 24, 25, 27	44,44 %

Sa.: 37 Akustiker = 37 %

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	16	16	14	14	16	18	20	24	22	20	26	
50	22	52	56	26	60	58	26	60	60	24	58	
40	22	42	42	22	44	44	24	46	46	24	48	
18	28	32	20	34	34	30	32	36	30	34	34	
22	24	26	32	34	36	30	32	34	32	34	36	
30	8	32	30	10	34	36	12	38	40	14	44	
30	50	52	28	52	54	30	56	56	32	60	62	
20	20	24	26	24	28	32	36	36	34	38	38	
32	50	54	32	52	52	38	64	66	36	66	68	
36	16	36	38	18	36	40	20	44	46	24	52	
26	10	32	28	8	32	38	8	42	36	12	44	
48	18	50	50	22	54	54	26	56	56	30	60	
12	16	14	16	18	18	26	20	28	28	22	30	
48	34	52	56	50	56	56	48	58	60	46	62	

römischen Ziffern auf dieser Klassenstufe noch nicht geläufig genug sind.

b) als Optiker.

Klasse	II	Versuchsperson: 1	33,33 %
„	III	Vp.: 1, 5, 8, 10	36,36 %
„	IV	Vp.: 4, 9, 13, 15, 16	27,78 %
„	V	Vp.: 6, 8, 10, 11, 14, 15	40 %
„	VI	Vp.: 4, 5, 8, 15, 16, 23, 25	26,92 %
„	VII	Vp.: 4, 7, 8, 11, 13, 17, 20, 22	29,62 %

Sa.: 31 Optiker = 31 %

Alle anderen sind dem gemischten akustisch-optischen Typus zuzurechnen.

c) als Sprechbeweger.

Klasse	II	Versuchsperson: 1, 2, 3	100 %
„	III	Vp.: 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10	63,63 %
„	IV	Vp.: 1—18	100 %
„	V	Vp.: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15	86,67 %
„	VI	Vp.: 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 22, 23, 24, 25, 26	76,92 %

Klasse VII	Vp.: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27	85,19 %

Sa.: 84 Sprechbeweger = 84 %
Nicht-Sprechbeweger somit von 100 nur: 16 = 16 %

d) als Schreibbeweger.

Klasse II	Versuchsperson: 1, 2, 3	100 %
„ III	Vp.: 3, 5, 6, 7, 8, 10	55,56 %
„ IV	Vp.: 5, 9, 11, 12, 14, 17, 18	38,89 %
„ V	Vp.: 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 15	73,33 %
„ VI	Vp.: 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 20, 21, 22, 23	50 %
„ VII	Vp.: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 25, 26, 27	81,48 %

Sa.: 62 Schreibbeweger = 62 %
Nicht-Schreibbeweger somit von 100 nur 38 = 38 %

Die Anzahl der somit in den einzelnen Klassen überhaupt vorhandenen ausgesprochenen Typen, nämlich

Akustiker A
Optiker O
Sprechbeweger Sp
Schreibbeweger Schr

ist in Tabelle XXI mitgeteilt, welche gleichzeitig die Prozentzahlen aller Vorstellungstypen angibt.

Tabelle XXI.

Kl.	A	O	Sp	Schr
II	1	1	3	3
III	5	4	7	6
IV	5	5	18	7
V	5	6	13	11
VI	9	7	20	13
VII	12	8	23	22
Sa.:	37	31	84	62

Bei dem somit festgestellten hohen Prozentsatz an Optikern[1]), Sprech- und Schreibbewegern[2]) und den hieraus gemischten Typen kann die geringe Zahl der Trefferleistungen im Kopfrechnen, wie es in einseitig akustischer Methode bisher in unseren Schulen dargeboten wird, die durch unsere früheren Versuche ermittelt wurde, der Erfahrung bekannt ist und durch die Statistik der Benotung ihren Ausdruck findet, nicht länger verwunderlich erscheinen, und wir glauben, in der bisherigen völligen Vernachlässigung dieser drei Vorstellungstypen die Hauptursache unserer geringen Erfolge im Denkrechnen gefunden zu haben.

Der alte methodische Grundsatz: Unterricht und Erziehung sollen der Natur folgen, kann durch solche Überlegungen eine neue Belebung erfahren. Wenn Ratichius unter der Natur die Eigenart des Zöglings einerseits, die des Lehrgegenstandes andererseits versteht, Commenius dieser Forderung durch seine synkritische Methode, d. h. durch die Vergleichung mit der äußeren Natur, gerecht werden will, Rousseau wiederum dadurch naturgemäß zu unterrichten vorgibt, daß er der Natur seines Zöglings ihren freien Lauf läßt, Pestalozzi das Naturgemäße des Unterrichts in der unserer Auffassung unbewußt nahekommenden Beachtung der inneren Natur, d. h. der Fähigkeiten und Anlagen des Schülers sieht, so müssen wir vielmehr unter einem naturgemäßen Unterricht den verstehen, welcher die Vorstellungstypen seiner Schüler berücksichtigt; denn nur so allein können klare Vorstellungen erzeugt, so nur der Unterricht wirklich individuell gestaltet werden.

Wenn sich auch der Rechenunterricht, wie es ja auf anderen Gebieten zum Teil schon geschehen ist, von dem unnaturgemäßen, einseitigen akustischen Zwange befreit haben wird, dann werden wir in Zukunft auch nicht mehr im Denkrechnen in dem Maße über mangelnde Erfolge zu klagen haben, wie es heute leider der Fall ist.

---

[1]) Eckhardt, Zeitschrift für experimentelle Pädagogik, Bd. 5, 1907, S. 16ff.

[2]) Schanoff, Vorgänge des Rechnens, Leipzig 1911, S. 114.

Was kann nun in der Praxis geschehen, um dieser Forderung gerecht zu werden?

Vor allem wird es nötig sein, daß Unterrichtsverwaltung und Schulrevisoren sich mehr als bisher mit der Tatsache der Verschiedenheit des Vorstellungstypus bei den einzelnen Individuen bekannt machen. Auf einseitig akustischer Grundlage entstandenen und nur auf den akustischen Typus zugeschnittenen amtlichen Verfügungen würde dadurch vorgebeugt und eine gerechtere Beurteilung und Berücksichtigung auch der anderen Typen gewährleistet[1]).

Gilt die Forderung einer Kenntnis dieser Materie für die Behörde und ihre Organe, so gilt sie in noch größerem Maße für den Rechenlehrer selbst. Er muß seinen eigenen Typus kennen und muß es verstehen, durch Beobachtung, Enquete und pädagogischen Versuch vor allem auch den Vorstellungstypus seiner Zöglinge festzustellen[2]). Ist dieser erkannt, dann soll er auch dem Zögling selbst nicht unbekannt bleiben. Einer einseitigen Ausbildung eines einzigen Sinnes braucht darum noch nicht das Wort geredet zu werden; vor der Forderung der harmonischen Ausbildung aller Sinne sollte aber, meine ich, in erster Linie die eines naturgemäßen Unterrichts und die der individuellen Behandlung stehen. Wo eine Trennung möglich ist, sollte sie durchgeführt und Akustiker von den Optikern getrennt werden. Läßt das Verhältnis der Schule, des Massenunterrichts eine solche Scheidung nicht zu, wird also eine individuelle Behandlung im Sinne der Vorstellungstypen unmöglich, so sollte trotzdem auch innerhalb des Massenunterrichts der Lehrer den Zögling darauf aufmerksam machen, auf welchem Gebiete der Sinnestätigkeiten sein eigentliches Arbeitsfeld[3]) zu suchen ist, und seine Leistungsmöglichkeit auf diesem zu steigern bestrebt sein, wie es überhaupt wünschenswert wäre, daß der Schüler weit mehr als dies in unseren Schulen der Fall ist, mit

---

[1]) Eckhardt, a. a. O., S. 17.

[2]) Meumann, Experimentelle Pädagogik, Bd. 4, 1907 S. 23.

[3]) Frankfurther und Thiele, Zeitschrift für Psychologie, Bd. 62, 1912, S. 98.

der Ökonomie des Arbeitens[1]) vertraut gemacht würde. Wo sich der Klassenunterricht in Einzelunterricht auflöst, wird sich hierzu Gelegenheit finden lassen. Ich nenne hier die häuslichen Denkrechenaufgaben, das Einprägen des Einmaleins, des Einsineins, der anderen Multiplikations- und Divisionsaufgaben. Man verweise den Optiker auf das mündliche Rechnen mit Stellenwert[2]), den Akustiker auf die Zerlegung, man mache den Motoriker, vor allem den Schreibbeweger, darauf aufmerksam, daß die Mühe des Einprägens geringer wird, wenn er das ihm geläufige Bank- und Luftschreiben zu Hilfe nimmt. Vor allen Dingen aber sollte man es nicht gewaltsam unterdrücken. Man empfehle dem Sprechbeweger, leise die Aufgaben vor sich hinzurechnen, aber verbiete es nicht.

Und auch der Klassenunterricht kann der Ausbildung der einzelnen Typen gerecht werden, wenn man die Aufgaben im Denkrechnen nicht einseitig akustisch darbietet. Feil hat das Richtige gefühlt, wenn er verlangt, daß die Aufgaben vorgesprochen und gleichzeitig an die Tafel geschrieben werden. Er meint zwar, daß sich dieses Niederschreiben im Klassenunterricht nicht empfehle, weil zu viel Zeit damit verloren gehe. Warum aber soll im Rechenunterricht nicht erlaubt sein, was nach einem neuen Ministerialerlaß sogar im Singen angeordnet ist, wo die Notenfolge ganzer Lieder vom Lehrer an die Tafel geschrieben wird und von den Schülern ohne jede akustische Darbietung, sei es durch Stimme oder Instrument gesungen werden soll?

Für den Optiker ist die Benutzung einer gedruckten Aufgabensammlung durchaus keine „sklavische Abhängigkeit“ vom Buche, wie der beliebte Ausdruck lautet, sondern eine seiner Individualität entsprechende Forderung eines naturgemäßen Unterrichts. Man verbiete also nicht mehr die Benutzung des Buches, in der falschen Befürchtung, das Buch könne hindernd zwischen Schüler und Lehrer treten.

---

[1]) Meumann, Ökonomie und Technik des Lernens. Leipzig 1903.
[1]) Neumann, Experim. Pädagogik, Bd. 4, 1907, S. 63.
[1]) v. Sybel, Zeitschrift für Psychologie Bd. 53, 1909, S. 354.
[2]) Eckhardt, Zeitschrift für experimentelle Pädagogik, Bd. 5, 1907, S. 16.

Bei der großen Verbreitung des sprechmotorischen[1]) Elementes unter unseren Zöglingen sollte das leise Mitrechnen, das flüsternde, stammelnde Rechnen nicht einer falsch verstandenen Disziplin zuliebe unterdrückt[2]), unseren Schreibbewegern ihre naturgemäße Rechenhilfe des Bank- und Luftschreibens nicht genommen werden.

Nur auf diesem Wege wird es möglich sein, alle Vorstellungstypen und damit alle Schüler zur Mitarbeit in der Stunde heranzuziehen, ihr Interesse auch an den abstrakten Zahlenvorstellungen zu wecken und durch eine so verstandene individuelle Behandlung sie auch mit dem heute so unbeliebten Gegenstand des Denkrechnens zu befreunden. Ist aber das Interesse an einer Sache geweckt, ist die Beliebtheit derselben gesteigert, sind dem einzelnen die für ihn gangbarsten Wege gewiesen, dann wird auch der Erfolg nicht ausbleiben, und die Klagen über zu geringe Resultate werden auch im mündlichen Rechnen verstummen.

Wie der Gewinnung der Zahlenvorstellungen muß die Methodik des Kopfrechnens auch dem anderen Faktor desselben, dem Behalten der gewonnenen Vorstellungen durch das Gedächtnis eine erhöhte Beachtung zuwenden.

Schon die tägliche Erfahrung im Rechenunterricht lehrt, daß unsere Schülerinnen vielfach nicht imstande sind, die gewonnenen Zahlenvorstellungen, seien es die durch die gestellte Aufgabe dargebotenen, seien es die innerhalb derselben gewonnenen Teilresultate durch das unmittelbare Gedächtnis festzuhalten. Die Beobachtung unserer Zöglinge bei Ausführung der an sich leichtesten Rechenoperationen, auf deren Konto diese Erscheinung kaum gesetzt werden kann, da die Schüler ja beim schriftlichen Rechnen beweisen, daß ihnen das Rechnen an sich keine Schwierigkeiten macht, zeigt dieselben Symptome der Unlust und Hemmung, wie wir sie schon an anderer Stelle beschrieben haben[3]). Mit ihren eigenen Vorstellungstypen noch unbekannt, schieben die Zöglinge bei einer Umfrage die Schuld ihrer Nicht-

[1]) Schanoff, Die Vorgänge des Rechnens, Leipzig, 1911; S. 114.
[2]) v. Sybel, a. a. O., S. 271.
[3]) Eckardt, a. a. O., S. 17.
[3]) Cohn, a. a. O., S. 51.

erfolge darauf, daß es ihnen „unmöglich sei, die Zahlen zu behalten.“ Es erklärten, daß sie die Zahlen beim „besten Willen“ nicht behalten könnten, die in der unteren Reihe der Tabelle XXII angegebene Schülerzahl.

Tabelle XXII.

	II	III	IV	V	VI	VII
von	3	11	18	15	26	27
	1	5	6	5	12	15
Proz.	33,33	45,45	33,33	33,33	46,15	55,56

Um die Leistungsfähigkeit des unmittelbaren Gedächtnisses durch sichere Zahlenwerte festzustellen, wurden den Schülerinnen akustisch dargeboten:

1. 2 zweiziffrige
2. 3 zweiziffrige
3. 4 zweiziffrige
4. 2 dreiziffrige
5. 3 dreiziffrige
6. 4 dreiziffrige
7. 2 vierziffrige
8. 3 vierziffrige
9. 4 vierziffrige

Zahlen. Es ergab sich das in Tabelle XXIII mitgeteilte Versuchsresultat, bei dem auch die falsche Reihenfolge, in welcher die Zahlen wiedergegeben wurden, als Fehler gezählt wurde.

Tabelle XXIII.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
II	98,44	94,62	72,48	82,16	56,98	42,48	82,16	12,46	2,48
III	96,84	82,48	62,66	84,22	48,89	36,86	58,46	8,24	1,24
IV	82,46	78,02	48,24	74,12	36,84	24,68	42,48	4,63	0
V	80,24	78,64	32,46	42,88	22,52	12,46	16,52	0	0
VI	76,46	60,43	22,84	28,68	16,46	10,89	8,42	0	0
VII	62,94	36,37	18,06	22,84	1,12	0	0	0	0

Die mitgeteilten Zahlen sind die erzielten Treffer, berechnet auf 100.

Erwägt man, daß bei einer großen Anzahl von Aufgaben, wie sie täglich im Denkrechnen vorkommen, wie z. B. 15 Jahre 8 Monate 6 Tage · 12 noch eine weit größere Zahl von Ziffern durch das unmittelbare Gedächtnis festgehalten und inzwischen noch eine beträchtliche Reihe von Rechenoperationen vollzogen werden muß, so sieht man, daß das unmittelbare Gedächtnis unserer Zöglinge in einer die Grenzen der Leistungsfähigkeit übersteigenden Weise belastet wird.

Es liegt nun, wie oben ausgeführt wurde, in der Natur der Sache, daß die Trefferzahl dadurch gesteigert wird[1]), wenn die Zahlvorstellungen je nach dem festgestellten Vorstellungstypus den Schülerinnen individuell dargeboten werden[2]), aber es wird daneben auch noch auf andere Weise möglich sein, die Leistungsfähigkeit zu steigern. Zugegeben, daß es eine allgemeine formale Ausbildung der Geisteskräfte nicht geben mag, muß dieselbe andererseits für ein bestimmtes Vorstellungsgebiet, also auch für das der Zahlen, doch unbedingt zugestanden werden[3]). Hier hat die Übung einzusetzen[4]). Anstatt also die oben erwähnten täglichen Übungen auf ein Kreuz und Quer aller möglichen Rechenaufgaben zu verwenden, sollten sie zunächst rein formal zur Kräftigung und Ausbildung des unmittelbaren Gedächtnisses im Behalten einfacher Zahlenreihen benutzt werden.

Des weiteren sollte die Methodik bestrebt sein, das unmittelbare Gedächtnis durch die Fähigkeit des dauernden Behaltens auf dem Gebiete der Zahlvorstellungen erheblich zu entlasten[5]). Das ist dadurch zu erreichen, daß eine viel größere Anzahl kleiner Multiplikationssätzchen zu automatischer Sicherheit und Bereitschaft in den Besitz unserer Schüler übergeht, als dies augenblicklich der Fall ist. Selbst in den Klassen II—V, in denen das sogenannte große Einmaleins längst erledigt sein sollte, fühlen sich die Schülerinnen in seiner Beherrschung viel

---

[1]) Eckhardt, a. a. O., S. 16.

[2]) Schanoff, Vorgänge des Rechnens, Leipzig, 1911, S. 51.

[3]) Ebert und Meumanns Untersuchungen über das Gedächtnis.

[4]) Eckardt, a. a. O., S. 17.

[5]) Ranschburg, Zeitschrift für experimentelle Pädagogik, Bd. 7, 1908, S. 154.

zu unsicher, als daß sie beim Denkrechnen Gebrauch davon zu machen wagen und ziehen, wie Beobachtung und Erfahrung lehren, den umständlicheren Weg der weiteren Zerlegung bis auf das sogenannte kleine Einmaleins vor. Aufgaben wie $127 \cdot 9$ erleiden dadurch die dreifache Zerlegung: $100 \cdot 9 + 20 \cdot 9 + 7 \cdot 9$ statt der nur zweifachen in $100 \cdot 9 + 27 \cdot 9$. Wie gering das eigene Zutrauen in die automatische Sicherheit solcher Multiplikationssätzchen bei den Schülerinnen, selbst in den höheren Klassen ist, bewies folgende Enquete.

Auf die Frage: „Wer von euch fühlt sich imstande, bei einer Aufgabe wie $16 \cdot 7$ schlagfertig die Antwort zu geben, ohne in $10 \cdot 7 + 6 \cdot 7$ zerlegen zu müssen?“ erklärte sich hierzu die in Tabelle XXIV angegebene außerordentlich große Anzahl selbst außerstande.

Tabelle XXIV.

Klasse	II	III	IV	V
von	3	11	18	15
Zahl	2	8	11	12
Proz.	66,67	72,72	61,11	80

also von $47 : 33 = 70{,}21\,\%$

Der darauf angestellte Versuch, der sich auf die Zahlenreihe 12—19 mit einem einstelligen Multiplikator beschränkte, ergab noch geringere Leistungen. Die Aufgabe wurde akustisch gestellt, die Antwort schlagfertig verlangt. Jedes Zögern, Überlegen, Besinnen wurde als Fehler gezählt. Es ergab sich das in Tabelle XXV mitgeteilte Trefferresultat in Prozenten:

Tabelle XXV.

Klasse	II	III	IV	V
Proz.	23	12	19	8

Wie die Leistungsfähigkeit im Denkrechnen durch die automatische Bereitschaft zu sofortiger Verwendung solcher Multiplikationssätzchen gesteigert werden kann, zeigen die Ergebnisse des folgenden Versuches. Es wurden die Repräsentanten eines und desselben Vorstellungstypus, zunächst die als

ausgesprochene Akustiker festgestellten Schülerinnen der Klassen II—V zu einer Versuchsabteilung zusammengestellt. Die Versuchspersonen 1 und 2 hatten das große Einmaleins mit der 18, die Vp. 3 und 4 das mit der 19, Vp. 5 und 6 das mit 23, 7 und 8 mit 27 bis zu unbedingter Sicherheit, Geläufigkeit und Verwendungsbereitschaft zu lernen, alle anderen kamen unvorbereitet zur Übung. Die Aufgaben wurden akustisch dargeboten, 15 Sekunden exponiert und so gewählt, daß die erlernten Reihen als Zehner und Einer im Multiplikanden derselben vorkamen, z. B. 218 · 5 usw. Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle enthalten.

Kolonne 1 enthält die Resultate der Aufgaben mit der Reihe 18, Kolonne 2 derjenigen mit 19, 3 mit 23, 4 mit 27, Kolonne 5 zur Kontrolle diejenigen einer Aufgabe mit 17. Die angegebenen Zahlen sind die Treffer in Prozenten. Kolonne 6 gibt die Steigerung des Erfolges in Prozenten bei denjenigen Schülerinnen an, welche die betreffenden Multiplikationssätzchen in automatischer Bereitschaft hatten.

Tabelle XXVI.

Vp.	1	2	3	4	5	6
1	92	76	72	74	50	19 %
2	88	72	68	64	62	21,5 %
3	70	96	64	68	68	28,5 %
4	68	92	62	58	60	30 %
5	72	58	86	56	72	21,5 %
6	64	64	82	62	56	23 %
7	48	62	64	84	62	25 %
8	62	42	66	90	64	31,5 %
9	70	64	68	38	60	—
10	56	60	52	48	58	—
11	48	46	42	38	48	—
12	52	50	52	48	46	—
13	56	54	48	42	52	—
14	54	50	46	46	46	—
15	62	60	50	46	48	—
16	54	52	46	38	56	—

Die Zahlenwerte der letzten Kolonne zeigen, wie sich eine Steigerung der Leistungen durch eine solche automatische Sicherheit erreichen läßt und lassen umgekehrt einen Schluß darauf zu, daß in ihrem Fehlen und der dadurch bedingten zu großen Belastung des unmittelbaren Gedächtnisses eine weitere Ursache unserer geringen Erfolge im Kopfrechnen zu suchen ist, die, durch tägliche Übungen zu bekämpfen, der Rechenunterricht bestrebt sein sollte. Die oben geforderte rein formale Ausbildung des Gedächtnisses im Behalten von Zahlvorstellungen ieße sich hierdurch gleichzeitig mit einem gesunden didaktischen Materialismus vereinigen.

Lebenslauf.

Geboren am 27. Januar 1876 zu Brandenburg a. H. als Sohn des Rechnungsrats W. A. Lüders, evangelischen Bekenntnisses, besuchte ich die Realschule in Hamburg-St. Pauli und das Realgymnasium in Altona, bestand Ostern 1896 das Abiturientenexamen und studierte Philosophie, Mathematik und Naturwissenschaften in Berlin bei den Professoren Assmann, Bauschinger, Dove, Fock, Gabriel, Glan, Heymons, Kiepert, Kretschmer, Pinner, Schwarz, Simmel, Tenne, Traube, Wahnschaffe, Warburg und Weinstein, in Halle bei den Professoren Dorn, Erdmann, v. Fritsch, Gutzmer, Lüdeke, Schmidt nnd Schwarz, in Breslau bei den Professoren Ebbinghaus, Heydweiler, Hintze, Ladenburg, Neumann und Stern. Nachdem ich 1903 in Breslau bereits die Prüfung für das Lehramt an Mittelschulen und höheren Mädchenschulen abgelegt hatte, bestand ich 1908 resp. 1910 in Göttingen die Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen und bin gegenwärtig Kandidat des höheren Lehramts und Verwalter einer Oberlehrerstelle in Berlin. Die vorliegende Abhandlung ist aus meiner Unterrichtspraxis heraus entstanden. Die mündliche Doktorprüfung fand am 26. Februar 1915 statt.

Druck von C. Schulze & Co., G. m. b. H., Gräfenhainichen.